Chung Yuan Journal
Vol. 26, No. 1, 1998, pp.67-82

時間限制條件下配銷途程問題之研究

杜志挺* 饒忻 陳建良 王木坤

私立中原大學工業工程系
台灣省中壢市普仁 22 號

(Received: November 13, 1997; Accepted: February 27, 1998)

摘　　要

配銷中心不同於一般產業的特性，在於其運輸成本佔公司總支出很大的部份，然而如何降低其運輸成本，成爲配銷中心盈虧所在的關鍵。過去的物流中心，針對其運輸成本，只需考量路徑的安排與車輛的配置問題。而現今消費者意識抬頭，針對其所需商品，往往要求必須在一定時間範圍內送達，否則拒收或處以一定的罰金，此即爲時窗限制。有了此項限制後，整個運輸成本模式變得更加複雜。

本研究針對配送車輛在路徑與顧客時窗限制的雙重考量下，提出三個啓發式演算法，以期求得理想之運輸成本。其中"等時距最小成本法"與"固定點最小成本法"都是先考慮路徑的安排，再考慮途程的規畫；其不同點在於前者以一定時間範圍內，求得具最小成本之第一顧客點的到達時間，後者則以求得相鄰兩顧客點的最小成本爲目標。而"群組化最小成本法"則是先將顧客依其時窗中點分爲適當的群數，再根據等時距最小成本法與固定點最小成本法的模擬測試，擇其較佳者當做途程的規畫方式。並以運輸成本與總距離的角度來評估其優劣。最後，以群組化最小成本法爲基礎，發展一同時考量路徑與途程之"動態群組化最小成本法"，並與前面三演算法比較其績效。

關鍵字：配銷中心，時窗，路徑，途程。

壹、緒　論

隨著商店的多元化發展，少量多樣的商品型態成爲市場上的主流，爲順應這種趨勢，配銷中心於是應運而生。配銷中心不同於一般產業的特性，在於其運輸成本佔公司總支出很大的部份，然而如何降低其運輸成本，成爲配銷中心盈虧所在的關鍵。

大多數的配銷中心，針對其服務的區域，由於車輛能力 (車速、最大負載量) 的限制與顧客時窗稠密性等原因，以一定的方法將其劃分爲數分區，再根據一些常見的方法，找出較佳的配送路徑與計算出較佳的顧客到達時間，以減少違反顧客所要求的時窗時的罰金。這種「先分區，再排路徑」的模式，也是相關研究中最常採用的格式，但是在分區完後，如何排定路徑，針對顧客時窗限制，尋求最佳的顧客到達時間，以降低其運輸成本，則值得做更進一步探討。加上顧客時窗因素的考量，運輸成本的關鍵取決於顧客間路徑的長短，以及到達顧客的時間點，是否符合顧客所要求的時窗限制。本研究針對此兩因素，提出了三個啓發式解法：等時距最小成本法、固定點最小成本法及群組化最小成本法，研究末段又針對群組化最小成本法，發展一兼顧路徑與途程考量的動態群組化最小成本法，來解決上述模式第二階段—考量路徑安排 (routing) 與途程的規畫 (scheduling)；再參考 Koskosidis (1992) 的模式之第一階段，以探討第二階段三種演算法針對於不同顧客數、不同分區數、以及不同的時間與距離的比值 (時距比) ，其運輸成本與總距離的變化作深入探討與比較。

第二節爲針對旅行者問題(travel salesman problem, TSP), 車輛途程問題(vehicle routine problem, VRP), 時窗(time windows), 等主題作分析探討；第三節爲本研究所發展之三套演算法 (等時距最小成本法、固定點最小成本法及群組化最小成本法) ，並針對群組化最小成本法之路徑連結問題，提出三種變形之 TSP 解法，以求得分群路徑之較佳解。再以群組化最小成本法爲基礎，發展一兼具路徑與途程考量之動態群組化最小成本法；第四節則爲前三種演算法與影響運輸成本因素之績效驗證；第五章爲本研究之結論與未來展望。

貳、 配銷系統路徑與途程

安排路徑 (Routing) 與途程的規劃 (Scheduling) 爲降低運輸成本之兩大因素。相關文獻由單純的考量路徑關係，演進到需加入顧客要求時窗限制 ，以期更能符合實際狀況的需求。

TSP 與 VRP 問題爲用來解決路徑安排與途程規畫的常用模式，兩者在許多方面的考量爲一致的，例如兩者之目的皆爲求取最低或較低之運輸成本。TSP 問題之定義爲 "推銷員由原點出發，拜訪所有點之後，再回到原點" (Lawler, 1985)。在車輛能力（車速、最大負載量等）皆能滿足配送路徑所有顧客需求的前提下，忽略車輛能力的因素，只需考慮顧客路徑的安排，即爲總成本之考量；VRP 問題則除了路徑之安排外，還需加入考慮車輛能力、車輛與服務人員的排班問題 (Thomason, 1993)。

1970 年代有關 TSP 與 VRP 問題的文獻大都探討簡單的模式 (Bodin, 1990)，研究的前提規定所有配送車輛的最大負載均相同，且必須在同一且唯一的配送中心裝 (卸) 貨等條件；唯一

* 聯絡作者：TEL: 03-4563171~4418, FAX: 03-4563171~4499, E-Mail: timon@cycu.edu.tw

限制爲車輛之最大負載，其主要目標爲降低運輸成本，次要目標爲總運輸路徑最小化或總運行時間 (total travel time) 最小化，此模式並未考量顧客的時窗限制，且車輛與服務人員的排班時間並無上限 (Upper Bound)，所求得的解，可能造成某些人一天必須工作 12-16 小時，有些人卻只需一天工作 3-4 小時的不合理現象。

TSP 問題依據其顧客的路徑性質，可再細分爲對稱型 TSP 問題 (symmetric traveling salesman problem, STSP) 與非對稱型 TSP 問題 (asymmetric traveling salesman problem, ATSP)，前者表示兩顧客中，A 顧客至 B 顧客的距離等於 B 顧客至 A 顧客的距離，後者則表示 A 顧客至 B 顧客的距離不等於 B 顧客至 A 顧客的距離。但是兩類問題都可由分枝界限法 (Branch and Bound) (Baker, 1974)，求得較佳路徑解。分支界限法雖可求出最佳解 (Optimal Solution)，但當點數增加時，求解時間會呈現指數分布的大幅增加。 ATSP 問題是否爲 NP-Hard 模式，在近二十年來分爲兩派說法，一派認爲 ATSP 問題可用分枝界限法在一定時間 (Polynomial Time) 內求出；另一派則認爲 ATSP 問題與一般 TSP 問題一樣，屬於 NP-Hard 模式 (Lenstra, 1981)。Zang (1997) 利用數學證明的方式，證明前者的說法不成立，也就是說，ATSP 問題與一般 TSP 問題一樣，屬於 NP-Hard 模式。

由於社會型態的轉變，顧客對於服務品質的要求日益提高；且由於配銷中心等相關行業的蓬勃發展，TSP/VRP 問題發展到現今，其型態必須更符合實際需求，才能達到降低運輸成本的考量。與早期的 TSP/VRP 問題比較，除了不再限定配送車輛爲同一車種，而允許多種車型之外，現今的模式多了兩個特色，一是顧客時窗的限制 (time windows constraints)，一是在整個服務過程中加上回程 (backhauls) 的考量，也就是在回程中載運 (Load) 供應商的貨品回配銷中心(Solmon, 1987)。

時窗限制除了路徑距離的考慮外，還有顧客要求時間範圍的考量，其模式大致與早期的 TSP/VRP 形式一樣，差別在於此類問題多了一有起迄點的時窗限制 (two-sided time windows)，根據顧客的性質，此類的時窗限制可分爲 hard time windows 與 soft time windows，前者強調服務者 (配送車輛) 必須在顧客所要求的時窗內到達，後者則要求略微放寬：服務人員雖可在非時窗的時間內到達，但依其違反時窗的程度給予一定的罰金。對於顧客時窗的要求，hard time windows 在配合其他限制條件下，往往找不到一個合適解；相形之下，soft time windows 爲現實生活中較爲可行的方法，依據顧客所要求的時窗，配送車輛的到達時間可分爲早到與晚到兩種情形，大多數的文獻在模式中對於晚到的情形會處以較高的罰金 (penalty)，對於早到的情形大都採取不罰或允許配送車輛等待 (waiting) 至顧客要求之時間視窗內兩種策略，但亦有認爲配送車輛早到會造成顧客或供應商成本的增加，而要求比照晚到的情形亦給予一定的罰金 (Koskosidis, 1992)。

針對顧客對於配送車輛到達時間允許等待與否，其求解模式有不同的變化。Cai 等 (1997) 提出三套數學模式來求得配送車輛最短路徑 (shortest path)：第一種模式爲任意長度的等待時間 (arbitrary waiting times)，亦即配送車輛對於服務的每位顧客有任意長度的等待時間，到達每個顧客的時間都可經由等待時間的任意調整，來求得最短路徑，在此模式下，配送車輛的最早到達時間與顧客所認定之配送車輛到達時間可能非同一時間點；第二種模式則是等待時間爲零 (zero waiting times)，亦即不允許配送車輛到達顧客點後，有任何的等待時間，在此模式下，配送車輛的最早到達時間與顧客所認定之配送車輛到達時間爲同一時間點；第三種模式則是依照顧客別而有不同的最大等待時間 (an upper bound on the waiting time)，此模式爲綜合前兩種模式之一般化模式 (general case model) ：配送車輛到達顧客點後，其等待時間依照顧客的不同，而有不同的等待時間，而每個顧客允許的最大等待時間亦不同。

回程 (backhauls) 問題亦爲降低運輸成本的一個關鍵考量，其原因在於配送車輛在服務完所有顧客之後，若以空車型態回到配送中心，則其整條配送路徑中有一大段的路程，目的在於回到原配送中心而無其他的邊際效益，在今日競爭激烈的配送系統中是一個可適度規畫降低運輸成本之考量，根據 Thangiah (1996) 的說明，有回程的 VRP 問題 (vehicle routing problem with backhauling)，目的在於建構一配送路徑，其服務對象爲顧客與供應商，不僅要將配送中心所提供的商品配送至顧客所指定的地點，也需將供應商所提供的商品，在配送車輛的最大負載限制下，將其裝載運送至配送中心，其模式已較以往的模式複雜許多。

TSP/VRP 模式，已有相當多文獻提出解決之道。Bodin and Golden (1981) 依其策略將其分爲五類：(1)先分區再排路徑 (cluster-first/route-second)；(2)先排路徑再分區 (route-first/cluster-second)；(3)節省與插入 (savings/insertion)；(4)改善與交換 (improvement/exchange)；(5)最佳解法 (exact algorithm)。

一、 先分區再排路徑

一般的物流中心，在接獲顧客之訂單後，必須在限定時間內服務完一定數量的顧客，其顧客總需求量往往超過一台配送車輛的最大負載；再者若由於顧客的時窗過於稠密，意即顧客的時窗範圍都相當接近，即使顧客總需求量未超過一台配送車輛的最大負載，而只由一台配送車輛去服務所有顧客，可能會造成配送車輛到達時間無法滿足大多數顧客時窗的需求，造成違反顧客時窗罰金的大幅增加。基於以上的情形，大多數的配送中心，都會將顧客依照一定的標準作適度分區，再針對每個分區求得最佳的路徑解，以降低運輸成本。

此類演算法大都先利用車輛的最大負載爲限制，再以所關切的焦點 (如距離，時間等因素) 作爲成本的考量，將合適的顧客指定於某一特定的區域；在分區形成後，再利用解 TSP 問題的方法 (如分枝界限法) 來求得分區內較低成本的配送路徑。例如 Koskosidis (1992) 所提的方法，其特色在於利用後悔指數(regret function)，計算顧客間結合距離與違反時窗成本的綜合成本，此舉可避免顧客被指定到距離過遠或配送途程不適合的區域。Thangiah 等 (1991) 亦利用掃視(sweep method) 將顧客作適當分區，其成本中亦有屬於晚到 (tardiness) 的罰金。但二者都未提出其顧客到達時間的計算方式。

二、 先排路徑再分區

此演算法先針對整個區域用適當的演算法排出路徑，再針對其特色決定其劃分區域的標準。由於顧客的順序已在第一階段決定，故可用一定的標準 (如總需求量) 將分區劃分出來。此種方法最常見於校車途程的規劃上，因老師與學生有固定的集合地點 (車站)，且每站的顧客數大都在一定的範圍內，所以以固定的時刻作爲趟次的考量。且可當作一定時間後的發車地點。此方面的演算法最有名的是 Bowerman (1994) 所提出的曲線填滿法 (space-filling curve with optimal partitioning heuristic)，將整個區域用一定的曲線填滿，再依照曲線的順序去找尋顧客點。但所得到的成本，無法較以前相關的演算法獲得很大的改善。

三、 節省與插入

Clarke (1964) 提出一啓發式之「節省法」 (saving approach): 以三角不等式爲基礎，及一部車只運送一個客戶點爲起始條件，如此 N 個客戶點就形成了 N 條車輛行走路徑，計算節省量。依節省量由大至小的順序構建路線。Chung (1991) 也利用此概念結合「插入啓發式解法」 (insertion heuristic) 將之運用於農產配銷中心。

四、 改善與交換

TSP/VRP 之問題在於不能在有限時間內求得較佳解。要解決此類問題一個常見的技巧爲犧牲其搜尋解空間之完整性。亦即只針對一些可能發生較佳解的情形加以評估，以降低求解時間。此精神爲一般啓發式解法之由來。區域搜尋法 (local searching) 爲最常用之求解策略，其原則爲：定義一個鄰域函數 (neighborhood function)，此函數將每個候選解 (又稱爲 state) 對應 (mapping) 至其他候選解 (又稱爲鄰域)，從其中一候選解出發，根據目標函數找尋並移動至較佳的鄰域。這種搜尋之動作會持續到找不到更佳的鄰域爲止。此類方法最有名的啓發式解法爲 Lin (1965) 所提出之 K-opt Exchange，選取原來路徑中之 k 個連結 (links) 將之移除 (remove) 並以 k 個新的連結所取代，其目的在於製造新路徑以增加降低總成本之可能性。K-opt Exchange 中以 2-opt Exchange 最常被用來找尋新的路徑解，但 2-opt Exchange 並不適合用來解決有時窗限制的 TSP/VRP 問題，原因在於 2-opt 在交換的過程中不能保持顧客的方位性 (orientation)，由於時窗的限制決定配送之順序，故若不能在交換的過程中保持原來的方位性，則可能產生不合適解 (infeasible solutions)。

區域搜尋法則雖然可在一定數量的可行解中找到較佳解，但其較佳解常因起始解的特性或搜尋方法的限制，而只能獲得區域最佳解 (local optimal)，故有許多方法針對此現象將演算法加以調整，如搜尋時保留一定數量的可行解，將現有可行解最一定程度的變化等等。Battiti 等 (1994) 提出反應式禁步搜尋法來解決有時窗限制的 VRP 問題。Carlton (1996) 利用反應式禁步搜尋法發展一兩階段式的混合性架構 (a two level tour hashing schema)，利用個體解間之差異性來避免區域最佳解，並宣稱在時間允許下可求得整體最佳解 (global optimal)。Thangiah 等 (1991) 利用 Sweep Method 將顧客作適當分區後，利用遺傳演算法將分區鄰近的顧客點做交換的動作，以達到降低成本的需求。Malmborg (1996) 亦利用遺傳演算法的概念，將之運用於有時窗限制的 VRP 問題，其目的在於藉由到達每個顧客點後，以最短時間考量下一個較佳到達點。

五、 最佳解法

最佳解法將 TSP/VRP 問題，經由嚴謹的數學模式或電腦資料結構規畫，利用數學法則或資料結構搜尋的方式，求得此類問題的解。由於兩種方法都在所有可行解集合 (feasible solution set)找尋較佳解，故所求的解均爲較佳解。隨著變數的增加，TSP/VRP 問題的解集合呈組合爆炸 (combinatorial explosion) 的增加，求解時間也呈指數函數的成長，不能在有限的時間 (Polynomial Time) 給予決策者一個可行解，是此類法則的最大缺點。根據 Laporte (1986) 的定義，TSP/VRP 問題的最佳化解法可分爲三大類型：樹狀結構搜尋法 (directed tree search method) 、動態規畫解法 (dynamic programming) 與整數規畫解法 (integer linear programming)，其中樹狀結構搜尋屬於電腦資料結構之解法，其他兩種方法則屬於數學模式求解。以下爲相關之文獻探討。

TSP/VRP 問題在加入時窗的限制後，成本的評估由原來的計算距離遠近，演變爲時間與距離之雙重考量。不易由直觀的方式求解。故早期的文獻接著重於啓發式解法 (Heuristic) 的發展與個案研究。最佳化方法的探討，最早則是由 Kolen 等 (1987) 提出，作者利用動態規畫與狀態空間鬆弛法 (state space relaxation) 求得解空間的下界 (lower bound)，再利用分枝決策 (branching decision) 決定分區路徑之顧客順序。但此方法所能解決的問題爲顧客數上限爲 15 的模式。但由於顧客數太少，所以僅限於研究階段。一直到 Solomon 等 (1992) 利用列產生法 (column generation technique)，Halse (1992) 利用變數分離 (variable splitting 或 Largrangian Decomposition) 的方式將較佳解提高到顧客數爲 100 的模式，此時的最佳化解法才開始具有實用之價值。由於顧客數的增加，變數的限制式就會呈現倍數的成長。故最佳化解法一直無法爲一般工商業界所接受。

參、先排路徑，後排途程的演算法

本研究主要目的是針對顧客時間限制條件下的配銷系統，探討三個「先排路徑 (Routing) ，後排途程 (Scheduling)」的演算法，此演算法先以距離的考量求出整個配送路徑，再加上顧客的時間限制因素來安排途程問題，並用成本與總距離的觀點來比較其優劣。本研究利用本篇第貳章提及之分支界限法 (Branch and Bound) 作爲獲得路徑之演算法，本章第一節先定義本研究所使用之變數及假設條件，第二節至第四節介紹三種演算法，第五節嘗試發展一結合路徑與途程綜合考量之演算法則，第六節則以不分區模式與分區模式差異作探討。

一、 變數定義與假設條件

本研究所討論之演算法係針對分支界限法解 TSP 問題，在獲得不考慮時間因素之路徑後，增加時間限制條件

(Time-Constrained) 成爲途程 (Scheduling) 問題，針對時窗的限制條件上，若強制配送車輛一定要在每位顧客的時窗內到達(hard time windows constraints)，常會導致無解的情形，本研究採用配送車輛可以在顧客所規定的時窗範圍外到達(soft time windows constraints) (Solomon, 1987)，但須依其違反時窗的程度，給予一定的罰金。茲將所使用之各變數及假設條件定義如下：

N	：所有顧客數
I	：所有顧客所成的集合
K	：分區數 (車數)
x_i	：第 i 個顧客所在位置的 x 座標
y_i	：第 i 個顧客所在位置的 y 座標
a_i	：第 i 個顧客時窗的起點
b_i	：第 i 個顧客時窗的終點
t_i^k	：第 k 台配送車輛在第 i 個顧客點的時間
s_i	：第 i 個顧客的需求量 (體積)
l_i^k	：第 k 台配送車輛到第 i 個顧客的卸貨 (Unload) 時間
V	：配送車輛的最大負載容積
v	：配送車輛的車速
T_{START}	：配送車輛的出發時間
$Maxn$	：配送車輛的最多服務點數
d_{ij}	：顧客 i 到顧客 j 的距離
$u_{ij(k)}$	：(第 k 區配送車輛) 從顧客 i 顧客 j 的時間成本
$c_{ij(k)}$	：(第 k 區配送車輛) 從顧客 i 顧客 j 的綜合成本
I_k	：第 k 個分區顧客
n_k	：第 k 個分區顧客總數
w_d	：綜合成本中有關空間成本的權數
w_t	：綜合成本中有關時間成本的權數
pe	：配送車輛早到一單位時間的罰金
pl	：配送車輛晚到一單位時間的罰金
p_i^k	：第 k 分區第 i 個顧客的編號

爲簡化模式，以方便探討三演算法，對於成本與總距離的影響，提出以下假設：

(一) 配送車輛方面

爲避免配送車輛變動速度，及車輛的出發時間是否不同，影響各顧客的到達時間，假設各配送車輛車速相等、最大負載體積相等、且配送車輛保持等速前進及出發時間亦爲同一時間。

(二) 顧客方面

由於本研究爲具時窗限制的 TSP 問題，其限制亦爲 TSP 問題的基本條件：每位顧客只能讓一台車服務一次，且每位顧客都需被服務到；故兩台配送車輛不能同時進入一顧客點，亦不能從同時從同一顧客點出發。

(三) 配銷中心方面

本研究的配送中心爲單一配送中心，且貨物的裝載皆於配銷中心內部進行，故配送車輛配送行程的起始點只有一個且爲同一個，配送車輛必需由配送中心出發，且送完貨物後必須回到配送中心。若由於某些因素的考量 (如車輛最大負載容積)，配送區域需做適當的分區，則每一趟次每一分區內只由單一配送車輛服務。

二、 演算法一：等時距，最小成本法

由於顧客時窗的限制，運輸成本的決定取決於距離的遠近與到達時間的規畫，兩者在安排之時採用何種方式，決定了運輸成本的多寡。本演算法先考慮路徑的安排，再考慮途程的規畫，可用於分區數爲 K 的模式，但亦可用於不分區的模式 (i.e. K=1)。其特點在於：先利用分枝界限法求出較佳配送路徑，計算出配送車輛到達第一個顧客點之最早時間後，以此時間點爲起點，決定一時間範圍，在此範圍內計算各候選點的運輸成本，以具最低運輸成本的時間點，當作第一點的到達時間。步驟說明如下：

(一) 針對 k 區顧客的需求，用分枝界限法求出最佳配送路徑。

(二) 計算車輛到達第一個顧客點的最早時間 t_*^k，由於車輛爲等速前進，t_*^k 可由 (3.1) 式得知：

$$t_*^k = T_{START} + \frac{d_{p_0^k, p_1^k}}{v} \tag{3.1}$$

其中 $d_{p_0^k, p_1^k}$ 表示配送中心到第 k 區第一個顧客點的距離。

p_i^k 表示第 k 區第 i 個顧客的編號

p_0^k 表示配送中心 ($p_0^m = p_0^n, \forall m \neq n$)

(三) 定義出評估的區間〔t_*^k, x〕，如圖 1 所示。x 大於所有顧客的時窗的終點。

(i.e. $x \geq \max\{b_i\}, \forall i \in I_k$)

(四) 從 t_*^k 起至 x 止，每一固定時間間隔 (例如 5 分鐘) 計算運輸成本，其計算公式如下：

$$\sum_{i=0}^{n_k} c_{p_i^k, p_{i+1}^k} \tag{3.2}$$

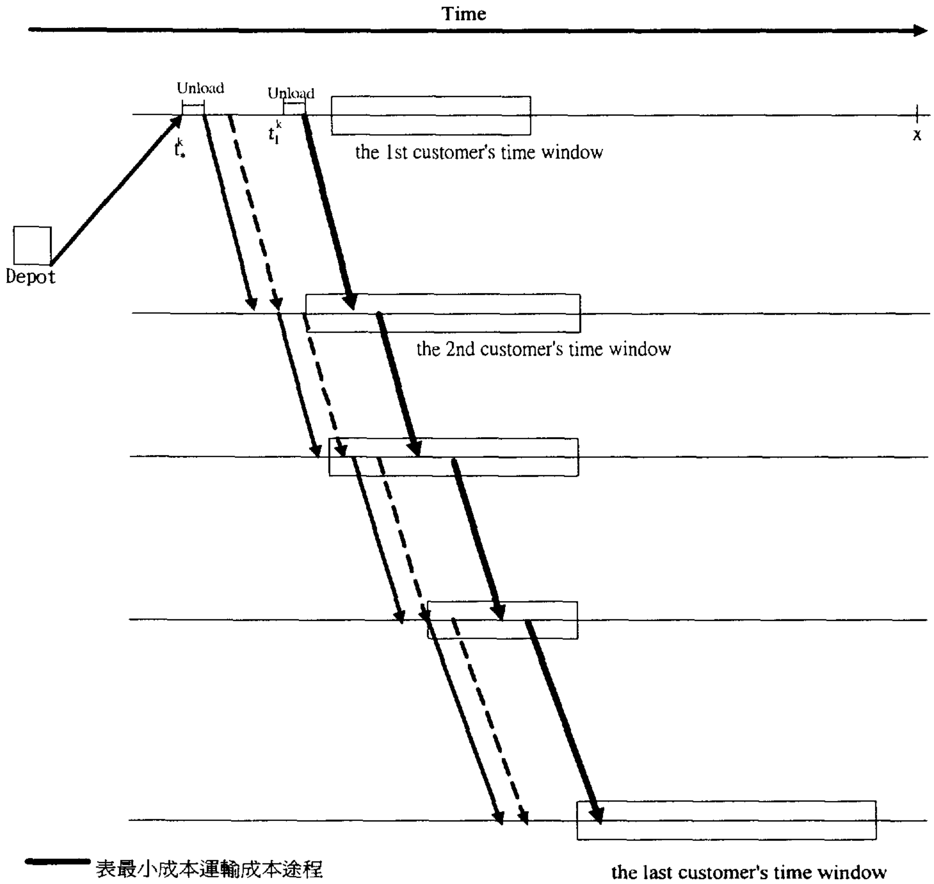


圖 1　等時距最小成本法示意圖

當 i = 0, 表示配送中心

當 i = 1, 表示 k 區的第一位顧客

$$c_{p_i^k, p_{i+1}^k} = w_d * d_{p_i^k, p_{i+1}^k} + w_t * u_{p_i^k, p_{i+1}^k} \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned} u_{p_i^k, p_{i+1}^k} &= \frac{1}{2}\left[(a_{p_i^k} - t_i^k)^+ pe + (t_i^k - b_{p_i^k})^+ pl\right] \\ &\quad + \frac{1}{2}\left[(a_{p_{i+1}^k} - t_{i+1}^k)^+ pe + (t_{i+1}^k - b_{p_{i+1}^k})^+ pl\right] \end{aligned} \tag{3.4}$$

其中 $(\bullet)^+ = \max\{0, \bullet\}$

(五) 比較各運輸成本，紀錄最小成本之 t_1^k

$$t_1^k = \min\{\sum_{i=0}^{n_1} c_{p_i^k, p_{i+1}^k}\}, \quad t_1^k \in [t_*^k, x] \tag{3.5}$$

(六) 根據 t_1^k 推算運送途程。

$$t_i^k = t_{(i-1)}^k + l_{(i-1)}^k + \frac{d_{p_{i-1}^k, p_i^k}}{V} \tag{3.6}$$

(七) 重複步驟(一)至(六)，計算分區的成本及途程。

(八)

$$總成本 = \sum_{i=1}^{K}(第\ i\ 分區的成本) \tag{3.7}$$

三、 演算法二：固定點最小成本法

此演算法同樣先考慮路徑的安排，再考慮途程的規畫，但作法稍有不同，利用分枝界限法求出較佳配送路徑後，針對此路徑上連續兩顧客點，檢查可能發生最小成本之候選時間點，從中挑選出具有最小成本的時間點當作此點到達時間，藉由兩兩顧客點的成本最小化，達到降低運輸成本的需求。所針對的模式爲 K 分區數的模式，當分區數爲 1 時 (i.e. K=1) 即表示模式屬不分區的模式，其步驟如下：

(一) 針對第 k 區顧客的需求，用分枝界限法求出最佳配送路徑。

(二) 計算車輛到達第一個顧客點的最早時間 t_*^k，由於車輛爲等速前進，t_*^k 可由 (3.8) 式得知：

$$t_*^k = T_{START} + \frac{d_{p_0^k,\,p_1^k}}{v} \tag{3.8}$$

其中 $d_{p_0^k,\,p_1^k}$ =配送中心到第 k 區第一個顧客的距離

p_i^k =第 k 區第 i 個顧客

p_0^k =配送中心

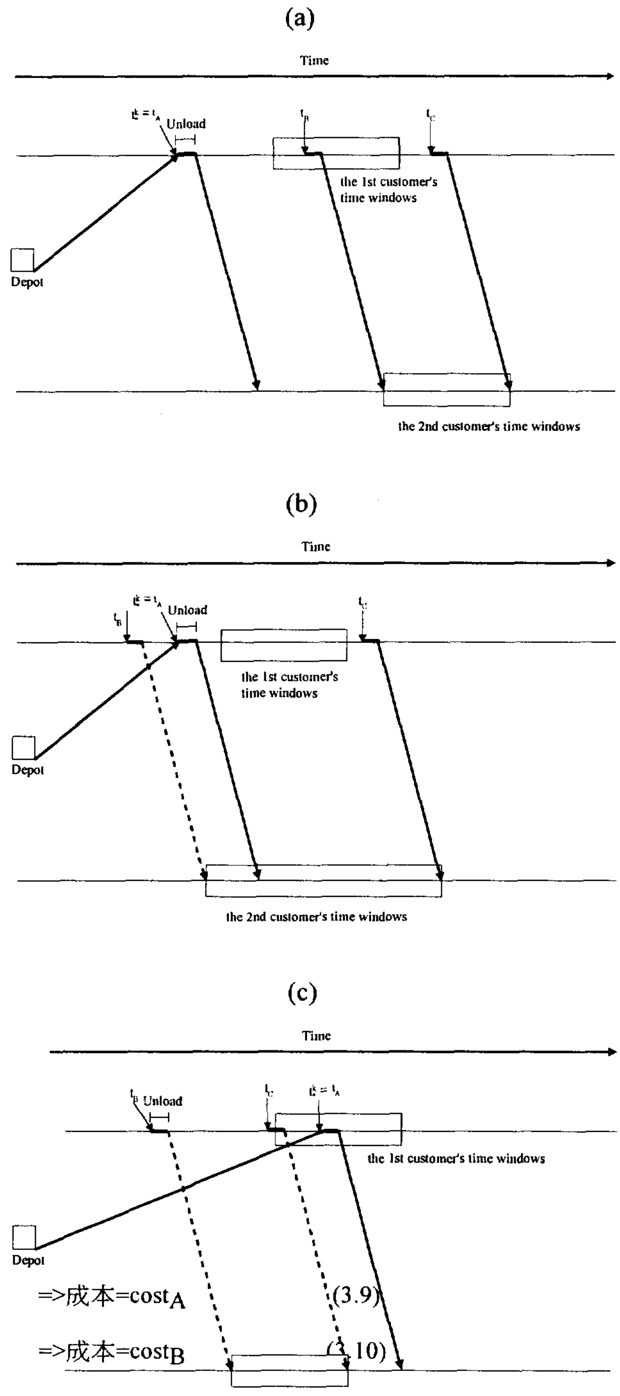
(三) 此步驟的目的，在決定較佳的時間點，使得在計算車輛由第 i 點到第 (i+1) 點的成本時，能得到最小值。由於單位時間的罰金固定 (早到或晚到)，所以到達時間離規定的時窗愈遠，總成本中的時間罰金的部分便會呈線性遞增。，最小成本應爲三個時間點 tA、tB、tC 中之一點 (如圖 2a 所示)，此 3 點分別爲：(i) 車輛由上一顧客點 (物流中心) 出發，到達此點的最早時間，(ii) 車輛由時間點 tB 開始，加上此點的卸貨時間後出發，到達第二顧客點的時間正好爲第二顧客點時窗的起點 (i.e. a_2) ，(iii) 車輛由時間點 tC 開始，加上此點的卸貨時間後出發，到達第二顧客點的時間正好爲第二顧客點時窗的終點 (i.e. b_2) 。圖 2a 至圖 2c 顯示 t_A、t_B、t_C 間有數種可能關係。考慮此三個時間點，以得到最小成本的點當作第一個顧客的到達時間：

$$t_A = t_*^k$$

$$t_B = a_{p_2^k} - l_1^k - \frac{d_{p_1^k,p_2^k}}{v}\left(t_A < t_B\text{時才考慮}\right)$$

$$t_C = b_{p_2^k} - l_1^k - \frac{d_{p_1^k,p_2^k}}{v}\left(t_A < t_B\text{時才考慮}\right)$$

$$t_1 = \begin{cases} t_A & \text{if } \min\{cost_A,\ cost_B,\ cost_C\} = cost_A \\ t_B & \text{if } \min\{cost_A,\ cost_B,\ cost_C\} = cost_B \\ t_C & \text{if } \min\{cost_A,\ cost_B,\ cost_C\} = cost_C \end{cases} \tag{3.12}$$



=>成本=$cost_A$ (3.9)

=>成本=$cost_B$ (3.10)

=>成本=$cost_C$ (3.11)

圖 2　時間選擇點示意圖

(a) 固定點最小成本法之時間選擇點(當 $t_A<t_B$ 時)，
(b) 固定點最小成本法之時間選擇點 (當 $t_A \geq t_B$ 時)，
(c) 固定點最小成本法之時間選擇點(當 $t_A \geq t_C$ 時)

(四) 重複步驟(三)，依序求得其他顧客點的到達時間。

(五) 計算第 k 區的成本。公式與等時距最小成本法步驟(四)相同。

(六) 重複步驟(一)至(五)，求得其他分區的成本。

(七)

$$總成本=\sum_{i=1}^{K}\left(第\ i\ 分區的成本\right)$$

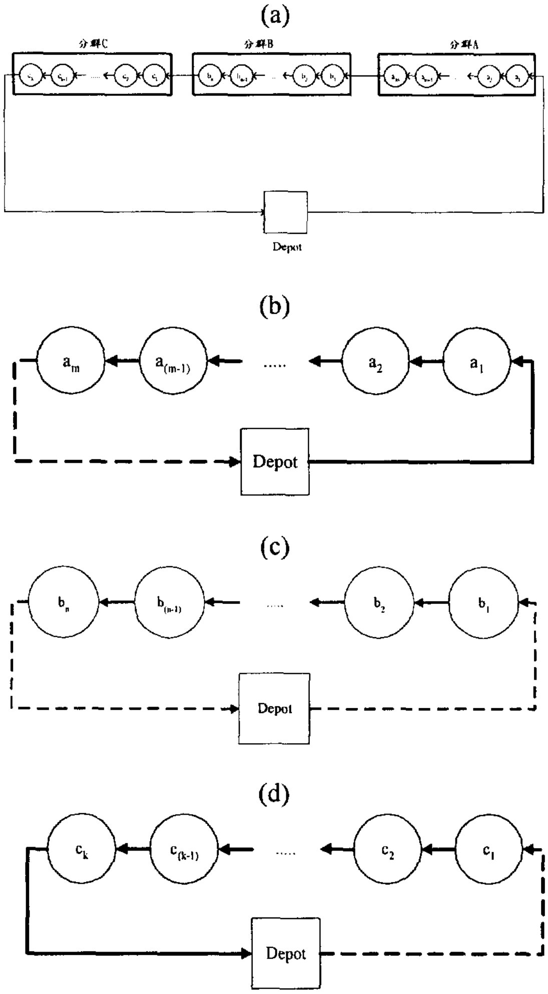


圖 3　由配銷中心出發，成為一分區完整的配送路徑

(a)　群組化最小成本法之分群示意圖,
(b)　A 群顧客路徑圖,
(c)　B 群顧客路徑圖,
(d)　C 群顧客路徑圖

四、 演算法三：群組化最小成本法

前兩種方法，皆是針對距離作優先考量，在配送路徑確定後，由於遷就距離上的考量，兩個時窗相距甚遠的顧客可能被排在連續的路徑上，如此可能因送達時間與時窗相距過大，而使得違反時窗罰金增多。此演算法和前兩個演算法有所不同，首先將分區內的顧客點依照時間特性作適度分群 (Grouping) ，目的在於使配送車輛方便於一定時間內服務時窗相近的顧客，以期降低違反時窗的罰金，進而降低運輸成本。由於時窗的先後影響配送時的優先順序，先考慮每位顧客的時窗作先期分群；又因每位顧客的時窗有大小的差別，故以顧客時窗中點作為判別標準：

$$顧客時窗中點=\frac{1}{2}\left(顧客時窗起點+顧客時窗終點\right)$$

分群後再行考慮路徑安排，最後進行途程的規劃。步驟如下：

(一) 針對第 k 分區的顧客，依其時窗中點將顧客分為三群：A 群 (第一時段) 、B 群 (第二時段) 、C 群 (第三時段) (分群之群數可作增減，然而群數過多即失去分群概念，故本研究以 3 群為例)。

(二) 用分枝界限法分別求得三群的路徑；由於三群的路徑最後須連結為一完整的路徑，故 A、B、C 三群的求解方式必須稍做修正(其細節稍後討論)。

(三) 如圖 3(a) 所示，由配銷中心出發，分別連接 A 群之起點，A 群的末點與 B 群的起點，B 群的末點與 C 群的起點，及 C 群的末點並返回配銷中心，使其成為第一分區完整的配送路徑。

(四) 連結完成後配送路徑可分別採用：(a)等時距最小成本法，(b) 固定點最小成本法。將依照配送路徑規劃途程，但因搭配等時距最小成本法可得較低之成本(參見第四節)，故本演算法搭配指定等時距最小成本法求得 k 分區成本。

(五) 重複步驟(一)至(四)，求得其他分區的成本。

(六)

$$總成本=\sum_{i=1}^{K}\left(第\ i\ 分區的成本\right)$$

傳統的 TSP 問題，定義為“推銷員由原點出發，拜訪所有點之後，再回到原點” (Carlton, 1996)。目的在於安排旅行路線以使總旅行成本最小。以分支界限法解 TSP 問題必須藉助相對距離矩陣 (Relatively Distance Matrix) 求解(如表 3-1(a)所示) 。由於三群的路徑分別求出後，需連結為一完整的路徑，因此 A, B, C 群之相對距離矩陣格式需做適當修正，才可獲得一些非傳統 TSP 型態之路徑最佳解。

表 3-1(a) 相對距離矩陣格式

From \ To	1	2	3	4	5
1	∞	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}
2	d_{21}	∞	d_{23}	d_{24}	d_{25}
3	d_{31}	d_{32}	∞	d_{34}	d_{35}
4	d_{41}	d_{42}	d_{43}	∞	d_{45}
5	d_{51}	d_{52}	d_{53}	d_{54}	∞

表 3-1(b) 型態一之相對距離矩陣格式

From \ To	1	2	3	4	5
1	∞	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}
2	0	∞	d_{23}	d_{24}	d_{25}
3	0	d_{32}	∞	d_{34}	d_{35}
4	0	d_{42}	d_{43}	∞	d_{45}
5	0	d_{52}	d_{53}	d_{54}	∞

表 3-1(c) 型態二之相對距離矩陣格式

From \ To	1	2	3	4	5
1	∞	0	0	0	0
2	0	∞	d_{23}	d_{24}	d_{25}
3	0	d_{32}	∞	d_{34}	d_{35}
4	0	d_{42}	d_{43}	∞	d_{45}
5	0	d_{52}	d_{53}	d_{54}	∞

表 3-1(d) 型態三之相對距離矩陣格式

From \ To	1	2	3	4	5
1	∞	0	0	0	0
2	d_{21}	∞	d_{23}	d_{24}	d_{25}
3	d_{31}	d_{32}	∞	d_{34}	d_{35}
4	d_{41}	d_{42}	d_{43}	∞	d_{45}
5	d_{51}	d_{52}	d_{53}	d_{54}	∞

型態一　無回程的 TSP 型式：
A 群的顧客路徑如圖 3(b)的實線所示，若加上虛線的路徑可成爲一般的 TSP 問題，所以只需將相對距離矩陣調整爲表 3-1(b)的型式，即可求得實線部份之路徑最佳解。

型態二　無去程與無回程的 TSP 型式：
欲排出的 B 群的顧客路徑路徑如圖 3(c)的實線所示，若加上虛線的路徑可成爲一般 TSP 問題，所以只需將相對距離矩陣調整爲表 3-1(c)的型式，即可求得實線部份之路徑最佳解。

型態三　無去程的 TSP 型式：
欲排出的 C 群的顧客之路徑如圖 3(d)的實線所示，若加上虛線的路徑變成爲一般 TSP 問題，所以只需將相對距離矩陣調整爲表 3-1(d)的型式，即可求得實線部份之路徑最佳解。

五、 動態群組化最小成本法

本章第二至四節所發展之三個演算法，都只針對路徑與途程其中一個因素做先行考量。但此兩個因素有權衡性行，亦即先行考量一個因素會造成另一個因素的成本增加。故以群組化最小成本法爲基礎，嘗試發展一結合路徑與途程綜合考量之演算法則，目的在於藉由此兩因素的雙重考量，使總運輸成本不會因爲欠缺任一因素的考量而大幅增加。

群組化最小成本法的主要精神，在於將時窗接近的顧客先予以適度集中，使得配送車輛能在一定的時間範圍內服務這些顧客，以減少違反顧客時窗罰金之成本。但此舉可能收集到時窗相近、但距離相距過大的顧客群，造成總距離大幅增加的現象。故此演算法的初步考量爲：將分群的標準，由原來的顧客時窗的中點，改變爲時窗中點與顧客相對距離的雙重考量，但此標準面臨一個問題：顧客的時窗中點爲一絕對標準，但顧客間的距離則爲一相對標

準。若將兩者以一定權重相加得一比值，其值爲一相對標準而非一絕對標準，若以此作爲劃分的標準，其值將不具任何意義。

由於分群的標準爲一相對的標準，故本演算法採用點對點 (point-to-point) 的考量模式，亦即針對某一顧客點，依時窗中點與相對距離之適當權重相加所得之比值，決定配送車輛之下一顧客點爲何，由於爲步驟化考量，方式與動態法則近似，故在此命名爲動態群組化最小成本法。配送車輛皆由配送中心出發，先針對配送中心選擇綜合權數比最小之顧客點，亦即此顧客在時窗中點與相對距離的綜合考量下，車輛由配送中心出發，到此顧客點可得最小成本值。再以此點爲標準，針對其他未排進配送順序之顧客點，用相同步驟考量決定下一個顧客。完成所有顧客之考量後，初步配送路徑之顧客順序也隨之形成，但根據群組化最小成本法的原則，還需將此路徑適度分群，其考量點在於若將原來的順序作適度調整後再進行途程之規畫，是否會造成成本的降低。故在此將此演算法分爲分群與不分群之模式，其中不分群之模式即依循原先排出之路徑順序進行途程規畫；分群模式則是將顧客依照原路徑順序等分爲三群，其後步驟則與群組化最小成本法相同。兩者之績效將在第四節中，與前面所提三種演算法之最佳法則比較。其演算法如圖 4 所示: 利用特定的權數對兩顧客間的距離與違反時間視窗的程度作綜合考量，在顧客間的距離固定的情形下，成本多寡取決於車輛到達時間與顧客容許時間區間的差距。也就是說，若此路徑所經過每個顧客的時間點，都能盡量滿足顧客所要求的時間視窗，則成本項中違反時間視窗的罰金將會越少，即總成本也將減少。但計算顧客時窗順序的各種排列組合，其組合是一種 NP-Hard 的問題，故仍須發展一快速的啓發式解法來解決上述的問題。本章第二至四節所介紹的三個演算法中，等時距最小成本法與固定點最小成本法都是先排出路徑後再考慮途程。而等時距最小成本法的 (2) 至 (5) 步驟與固定點最小成本法的 (2) 至 (4) 步驟就是在解決此問題。此兩種演算法主要的差別在於：等時距最小成本法是以整體的觀點來看，訂定一個時間區間，在此區間內找尋最佳的出發時間，以得到最低成本；固定點最小成本法則是針對兩兩顧客點，找到最低成本的出發時間。

群組化最小成本法則與前兩個演算法爲反向的思考過程，距離優先考量的結果，很可能會犧牲多數顧客的時間視窗，經由調整的過程，所得的成效亦有限。此演算法則將顧客先依照時間視窗的早晚予以分群，目的在於使配送車輛方便在一定的時間範圍內，將時間視窗相近的顧客先處理完畢，但此舉可能會有一個問題，就是某些同一群內的顧客與其他顧客距離較遠，若這些顧客的時間視窗較接近下一群顧客，則可考慮將這些顧客轉分配到下一群。

動態群組化最小成本法則爲綜合顧客時窗與距離的雙重考量，藉由此舉，不會因爲只考慮其中一因素，造成另一因素的成本大幅上揚，使得總運輸成本不合理提高。

六、 不分區模式與分區模式的探討

若以車輛的負載程度來觀察，如果一輛車就可滿足所有顧客的需求，亦即一車一趟次就可服務完所有的顧客，且顧客的時窗不會過分集中於某一時間範圍，則可設定演算法

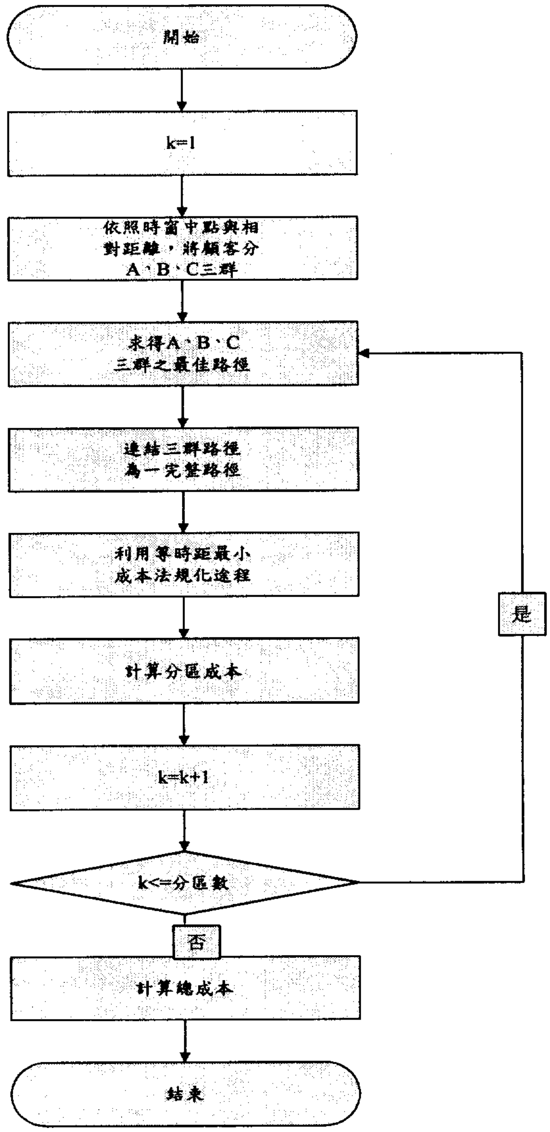


圖 4　動態分群群組化最小成本法流程圖

中的分區數 K=1，此類情形屬於不分區模式；但若顧客需求超過一輛車的負載程度 (容量或重量) ，或是車輛有其距離的限制等因素，或是一輛車無法滿足大多數顧客時窗的限制，則需將顧客劃分成適當的區域，亦即演算法中的分區數 K > 1，再針對每個區域求得適當的配送路徑與途程解，此類情形則屬於分區模式。此外，顧客時窗的疏密程度，也是決定不分區模式的一個關鍵；顧客時窗分佈若過於稠密，即使配送車輛最大負載容積滿足前面所提之條件，亦不適合將此情形運用於不分區模式，原因在於因顧客時窗過於稠密，所造成違反時窗罰金的程度，可能遠大於多派一台車所需付出之成本。

在不分區模式下，等時距最小成本法與固定點最小成本法，都是利用分枝界限法求出整個區域的路徑，再依據整體與區域的概念，分別規畫途程。群組化最小成本法則是將顧客依時窗中點予以分群，將各分區的路徑連結爲一完整配送路徑後，再利用等時距最小成本法規畫途程。由於不分區模式的配送車輛只有一輛，其服務對象爲全部顧客，故其路徑安排與途程規畫，爲成本多寡的重要關鍵，尤其是途程規畫部份，不當的規畫可能造成配送車輛無法達到大多數的顧客時窗的需求，造成成本的大幅增加。故不分區模式的優點在於節省多派配送車輛所需付出的固定成本，但相對的整個配送路徑的運輸成本也相對增加，增加的程度則視顧客數多寡與途程規畫方法的優劣而定。

分區模式之形成，主要是針對一些無法適用於不分區模式的情形，所提出的解決之道。若顧客需求超過一輛車的負載程度（容量或重量），或是車輛有其距離的限制等因素，或是一輛車無法滿足大多數顧客時窗的限制，則需將顧客劃分成適當的區域，再針對每個區域求得適當的配送路徑與途程解，故決定成本的關鍵有三：(1) 分區數的決定；(2) 如何分區；(3) 分區內如何決定配送路徑及途程安排。故本研究係根據 Koskosidis (1992) 之架構作爲分區根據並提供各分區內配送路徑的形成與途程規畫，進而降低總運輸成本。

所謂分區，就是兼顧到顧客點與顧客點之間的距離考量，顧客點本身的時窗限制考量與車輛之容積。其目的在於降低顧客時窗之稠密度，及將顧客依時間與距離綜合考量分類來探索影響運輸成本與總距離之原因。

針對配送車輛最大容積與顧客時窗等因素考量，應用於分區模式與不分區模式，前者優點在於減少了多派車的固定成本，缺點則爲配送路徑成本相對增加許多；而後者的優缺點正好相反。本研究之研究範圍著重在三個演算法(等時距、固定點與群組化）在不同情形下，對運輸成本與總距離的影響，並擇其表現最佳者與動態群組化最小成本法做比較。

肆、績效評估

爲評估第三節所提出的四個演算法(等時距最小成本法、固定點最小成本法、群組化最小成本法與動態群組化最小成本法），以及分區與否的影響，本研究利用 Windows NT Server 4.0 作業系統，Borland C++ 4.5 環境下撰寫程式，模擬上述各組合搭配情形並評估其績效。

一、假設環境

本研究進行模擬時假設環境，是在一長寬各爲 100 單位的配送區域，配送中心則設在原點(0, 0）。每輛配送車輛皆爲等速行駛，車速訂爲 40 單位/小時，顧客需求量之體積是一介於〔1, 40〕的值，顧客時窗的大小爲一介於 1-4 小時的時間範圍(time interval）。顧客數的上限爲 100。每位顧客的卸貨時間則根據顧客的需求「批量」多寡而定，亦即一定範圍內的顧客需求量（如 1 至 10, 11 至 20 等），其卸貨時間相同，故定義如下的卸貨時間函數：

$$l_i = \left\lceil \frac{s_i}{10} \right\rceil \times 0.1 \tag{5.1}$$

其中 l_i ：顧客 i 所需的卸貨時間

s_i ：顧客 i 的需求量

$\lceil\bullet\rceil$ ：大於 • 的最小正整數

在不分區模式下，配送車輛的最大負載，需可容納下各種組合的顧客需求，在此訂定配送車輛之最大負載 =40*100=4000；而在分區模式下，每輛車最大負載量相同(本研究假設條件，見第參章第一節），在此訂爲 400。

二、不分區模式之時距比關係

由於成本函數是由距離與違反時窗罰金兩項因素，輔以一定之權重而得（見(3.3)式）。其變化對於運輸成本的影響有一定的關連；另外，顧客數的增加亦會造成運輸成本的增加，其增加的趨勢是否因演算法不同而有所差異亦是本研究關心的重點，本節中先討論時距比固定下，三種演算法在不同的顧客數情形下，對於運輸成本與總距離之影響；再討論在顧客數多寡在不同時距比下，對於運輸成本大小之影響。

(一) 時距比固定

在第參章介紹群組化最小成本法時，曾提及本演算法途程規劃的部分是採用等時距最小成本法與固定點最小成本法，兩者中能求出較低成本者。故需先行比較兩者在測試後的成本值，模擬結果如圖 5 所示，相對於固定點最小成本法，等時距最小成本法在圖中的成本曲線，都得到較小的值。故採用等時距最小成本法的第二階段解決群組化最小成本法的途程規劃問題。

根據圖 5，等時距最小成本法所得的成本曲線皆較固定點最小成本法低，此現象說明了兩件事：(1) 等時距法只在第一個顧客點有等待的可能，其他顧客點則沒有等待；固定點法則在每個顧客點都有等待的機會，此現象說明適當組合等待與否，有助減少運輸成本，但如何組合則有待進一步探討；(2) 固定點法雖然在相鄰兩點中，皆以找尋最佳解爲目標，與近幾年常用的的區域搜尋法則類似，但其表現仍不及等時距最小成本法，這說明了此類演算法若不作鄰域交換等動作，其解與最佳解仍有相當的差距。

本論文所提之群組化最小成本法，其主要目的在於將相近時窗的顧客先予以收集，以利於配送車輛在一時間範圍內，滿足顧客時窗的要求，儘量減少早（遲）到所造成的罰金，以降低運輸成本。此舉所造成的總距離曲線分別大於其他兩個方法；原因在於：優先考量時窗的因素將造成距離的相對增加。至於等時距最小成本法與固定點最小成本法，其第一階段都是利用分枝界線法求出最佳配送路徑，所獲得之路徑離皆相等。

另外，在顧客數=20 與顧客數=40 之間，等時距最小

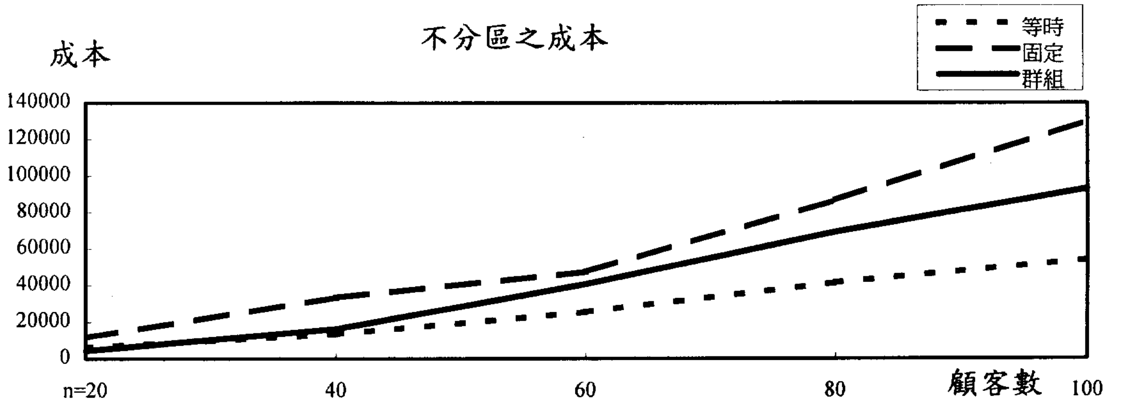


圖 5　不分區模式，不同顧客數之成本比較圖

成本法與群組化最小成本法之成本曲線有交叉的現象；若將圖 5 此處放大且加入顧客數=5, 10, 30 等情形作考量，結果發現群組化最小成本法在顧客數小於 30 之前，其成本值皆小於等時距最小成本法。但根據圖 5，顧客數大於 40 之後，群組化最小成本法的成本值皆大於等時距最小成本法。其原因將於下一節討論。

(二) 時距比不固定

顧客數的增加，會造成成本曲線的增加，此結果可由圖 5 看出。若考量不同的時距比對於運輸成本的影響，則以兩種較極端的顧客數來觀察其成本的變化，較爲明顯。在此顧客數有兩種類型：第一種之顧客數=80，代表顧客數「多」的類型；第二種之顧客數=20，代表顧客數「少」的類型。而時距比則有 5, 10, 15, 20, 50, 80 六種選擇，介紹此兩模式以前，先對等時距最小成本法與群組化最小成本法的特性進行討論：

由於顧客時窗可假設爲一均勻分配 (uniform distribution)，顧客數越多，等時距最小成本法所找到的最佳途程點，其符合顧客時窗程度也越高。所以等時距最小成本法的求解，會隨著顧客點數的增加，使得所求得的最佳途程，愈能符合更多顧客時窗的需求，進而降低運輸成本。爲證明此績效，本研究以「到達每位顧客之平均違反時窗時間」爲指標，公式爲：

$$\text{平均違反時窗時間}=\frac{\sum(\text{每位顧客違反時窗時間})}{\text{總顧客數}}$$

此績效指標函數之斜率，隨著顧客數的增加而下降，表示成本增加的程度遞減，由此可證明等時距法具有上述之特性。

群組化最小成本法的特性則是其求解會隨著顧客數的增加，距離增加的程度會遞增，運輸成本也會隨著提高。

表 4-1　不分區模式，等時距法每顧客平均延遲時間

顧客數 / Tardy	20	40	60	80	100
early + late	4.485	5.4475	7.383333	8.38375	8.672

不分區模式，不同時距比之成本比較，且顧客數=80 的模式下，上述兩特性的互相消長，使得等時距最小成本法在各種時距比皆爲最小成本。除此之外，根據前面提及的成本公式，在距離與時間皆固定的情形下，成本的改變將依時距比而定。換言之，成本將隨著時窗罰金的增加而大幅成長。此爲群組化最小成本法與等時距最小成本法的成本差距，隨時距比的增加而擴大的原因。若從表 4-2 來觀察可發現，成本函數的差在時距比等於 5 時仍大於 0，也就是說，顧客數增加的影響的表現仍大於距離增加的影響。由於時距比不同只會影響總成本大小，故同一種演算法在不同時距比的情形下，其距離不變。此外，由於等時距最小成本法與固定點最小成本法皆先行對路徑安排作考量，等時距最小成本法與固定點最小成本法，在不同時距比皆可得最短總距離。

不分區模式，不同時距比之成本比較，在顧客數=20 的情形下，群組化最小成本法其距離增加的程度有限，且等時距最小成本法找到較小成本的能力亦有限，在此種情形下，成本值的表現以群組化最小成本法表現較佳。此現象並說明了在顧客數爲 20 時，等時距最小成本法之成本

表 4-2　不分區模式、顧客數=80，不同時距比之成本比較

wt/wd 演算法	5	10	15	20	50	80
等時	**10885.2**	**20518.6**	**30152.2**	**39785.4**	**97639.4**	**155385.6**
固定	20864.2	40482.6	60128.6	79719.4	197511.2	281612.4
群組	17173.0	32191.8	47211.6	62229.4	153231.8	242455.8

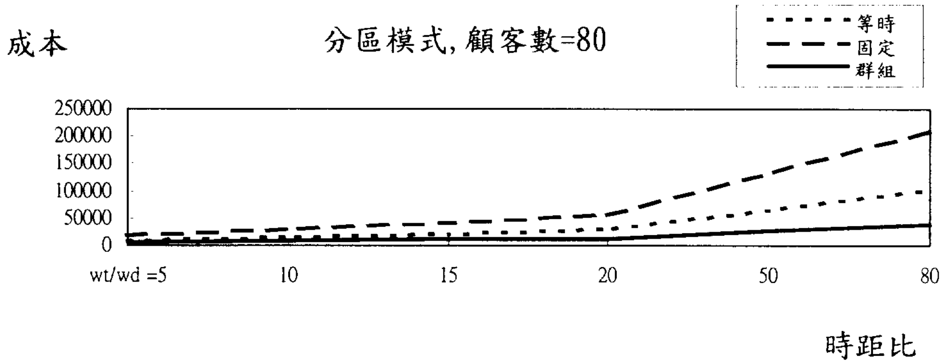


圖 6　分區模式，不同時距比之成本比較圖

大於群組化最小成本法成本之原因。不分區模式、顧客數=20、不同時距比之總距離比較，可發現群組化最小成本法的距離增加的比例，隨著顧客數的增加而增加。

三、 分區模式之時距比關係

以上所探討的各種現象皆針對不分區模式，但許多情形往往不分區模式無法解決或是解決效率不佳，例如：配送車輛有其容積的上限、顧客時窗重疊度高，以至於不分區會因時窗罰金造成成本的大幅增加，分區後配送車輛所服務的顧客數又因車輛本身最大容積的限制而有分區顧客數多寡兩種模式，以下針對此兩種不同顧客數的模式加以說明。

如圖 6 所示，此模式與「不分區模式，顧客數=80」表現不盡相同。若以本研究所進行模擬的基本條件來觀察，每輛配送車輛的最大容積固定爲 400 單位，每位顧客的需求爲一介於 1-40 單位之均勻分配，若以平均值 20 單位計算，則分區數經初略估計可分爲 4 區((80*20)/400)，每一分區的顧客數平均約爲 20，與不分區模式且顧客數=20 的情形比較，三個演算法在此兩種模式的優劣程度相同 (群組法<等時法<固定法)，此表示就三個演算法而言，單一分區與具有同顧客數的不分區模式演算法的優劣表現一致。由於車輛的最大負載的限制等因素，分區內顧客數限定在很小的數目內 (如 20)。顧客數較少的模式下，群組化最小成本法針對顧客時窗調整較佳途程順序，而距離增加的效益亦不明顯。故較能彰顯其優點。

四、 群數多寡

不分區模式中，群數的多寡對於成本與總距離的影響亦是本研究所關切的重點，在顧客數=20 的情形下，距離只有微幅的增加，而顧客數=80 的情形下，距離卻隨著群數的增加而有一定程度的上揚。由群組化成本法的本意來看，注重顧客時窗的相近程度可能導致同一群內的顧客過於分散，群數愈多導致離散程度大。顧客數愈多則導致距離差的增加呈倍數成長。在總成本方面，根據運輸成本的公式，比較顧客數=20 與顧客數=80 兩種情形，在時距比固定的情形下，由於顧客數=80 時，其距離曲線的斜率較高，故其成本曲線的斜率亦較高。也就是說，顧客數=80 的成本曲線，其值增加速率較顧客數=20 爲高。

在分區模式方面，由於分群後同一群內爲具有相近時窗之顧客，與原來顧客的產生是由均勻分配所產生，其性質上有所差異。故在分群內雖用到等時距法來規畫途程，卻不具有隨顧客數增加而使得成本函數斜率遞減的性質。但在不分區模式所探討的現象，如群數愈多導致離散

表 4-3　不分區模式，wt/wd=20，不同顧客數之總成本比較圖

顧客數 \ 演算法	動態分群	動態不分群	等時距	固定	群組
20	**4046**	**5993.4**	6083.9	11534.7	**4331.7**
40	**15384.4**	**12314**	**13508.3**	33524.1	16255.6
60	**43156.2**	**24205.4**	**25420.9**	47494.7	40751.9
80	**64293.8**	**34105.8**	**41603.1**	86722.6	69351.9
100	**93457.8**	**46969.6**	**54251.0**	129775.1	93060.1

表 4-4　分區模式，wt/wd=20，不同顧客數之總成本比較表

顧客數 \ 演算法	動態分群	動態不分群	群組化	等時	固定
20	**4031.4**	**5219.4**	**3944.7**	6635.0	11574.3
40	**6725.8**	**11964.6**	**7734.9**	13368.7	25986.6
60	**8873.8**	**17398.2**	**9853.4**	20113.9	40537.6
80	**12632.8**	**25339**	**14537.3**	26061.6	50479.3
100	**15747.8**	**30733.4**	**16092.0**	31631.4	64626.6

程度大。顧客數愈多導致距離差的增加呈倍數成長，在分區模式上還大致符合。分區模式下，除了顧客數=60 的情形外，總距離隨著群數增加而呈現遞增的現象；顧客數的增加使得總距離的差距呈倍數成長。在總成本方面，總成本隨著故顧客數的增加而呈現遞減的現象，若以同樣的分析方法比較，其模式應等於不分區、顧客數=20 的情形。但結果略有不同，不分區且顧客數=20 的情形下，分群數從不分群到分成 3 群，其成本呈遞減的狀態，但到了群數=4, 5 兩種情形，不分區的模式的成本曲線成回升爲遞增狀態，但分區模式則繼續呈現遞減狀態，此現象有待後續研究探討。

五、 動態群組化最小成本法之探討與比較

最後，本研究發展一動態群組化最小成本法，此演算法同時考量路徑與途程兩因素，應能在成本之比較上優於其他演算法。

(一) 總成本比較

在不分區模式，可得等時距法在三種演算法中，可得到最小之成本 (顧客數≥40)，將動態群組化之兩演算法之模擬結果加入比較後，結果如表 4-3 所示，可知動態分群群組化法與群組化法的成本值表現相差不遠，但動態不分群群組化法則可在五個演算法中得到最小的成本值，此現象說明，經由點對點的動態考量，確實能減少因路徑與途程之某一因素的增加，而造成成本的不合理增加。而動態分群的原意，則是在初步動態考量之路徑形成後，嘗試著調整部份路徑的順序，以期達到更低的成本。但由表 4-3 的數據比較得知：動態分群所得的成本值與群組化法的成本相去不遠，此現象可能是分群的方式不適合：由於群組化法是以顧客時窗中點作爲分群之標準，其標準爲一絕對標準，動態群組化針對點對點考量權數和最小者爲下一顧客點，其權數和爲一相對指標，若以相對指標來做分群的標準，其值將不具任何意義；在此根據群數將初步路徑依原順序作等量分群。

在分區模式下，動態群組化法與其他演算法之總成本比較如表 4-4 所示。群組化法在分區模式下，比較三演算法可得較小之成本值。與動態群組化兩個演算法作比較後，其中動態分群法的成本與群組化法的成本差距雖較不分區模式爲大，但兩者的成本表現仍然相去不遠。若以前面各節相同的方法分析，其成本表現應與同顧客數的不分

表 4-5　不分區模式，wt/wd=20，不同顧客數之總距離比較圖

顧客數＼演算法	動態分群	動態不分群	等時距	固定	群組
20	**990.6**	**640.4**	**690.0**	690.0	1097.1
40	**1377.8**	**913.6**	**850.4**	850.4	1530.3
60	**1934.4**	**1132.2**	**1064.9**	1064.9	1887.6
80	**2071.4**	**1286.0**	**1204.7**	1204.7	2203.4
100	**2286.2**	**1414.6**	**1341.6**	1341.6	2379.7

表 4-6　分區模式，wt/wd=20，不同顧客數之總距離比較圖

顧客數＼演算法	動態分群	動態不分群	等時距	固定	群組
20	**1427.6**	**1279.6**	**1157.6**	1157.6	1441.9
40	**2233.4**	**2053.4**	**1999.7**	1999.7	2303.0
60	**3199.2**	**2748.6**	**2722.1**	2722.1	3365.3
80	**4077.4**	**3774.0**	**3373.9**	3373.9	4431.0
100	**4385.4**	**4032.8**	**3621.1**	3621.1	5875.2

區模式表現相同，由計算得知顧客數≥40 之分區模式，其單一分區應與顧客數=20 之不分區模式相同；比較表 4-3 與表 4-4 可得知兩模式之各演算法的優劣情形一樣，亦即動態分群可在顧客數≥40 之分區模式下得到最小成本值；顧客數等於 20 的不分區模式，若以相同的方法分析，應屬於顧客數=20 之不分區模式，但若顧客總需求量超過一輛配送車輛，則此情形則屬於顧客數=10 之不分區模式，其演算法間之優劣表現則不在本研究之範圍內。

(二) 總距離之比較

動態群組化法爲一同時針對距離與途程考量之演算法，其目的在於減少總成本之不必要增加。故在總距離方面，其表現可能不如其他演算法。在不分區模式中，各演算法所求得之總距離如表 4-5 所示，若選擇三個演算法中最佳者與動態群組化法比較，其中動態不分群群組化法，其總距離之表現，與優先考量路徑安排之等時距法與固定點法相去不遠。而動態分群群組化法的表現則與群組化法表現相近，其可能原因與第肆章第五節之(一)的說明相同。故動態分群法能與優先考量路徑之等時距法與固定點法總距離相差不大的情形下，又比優先考量途程之群組化法得到較佳之總距離。更重要的是，動態群組化法可得較低之成本解，即達成本研究發展此演算法之原先目的。

在分區模式下，各演算法所求得之總距離如表 4-6 所示，若選擇三個演算法中最佳者與動態群組化法比較，由表 4-6 可發現：等時距法與固定點法於分區模式的總距離比較中，可得五演算法中之最佳值，但其值與動態不分區之表現相去不遠。而動態分群群組化法的表現則與群組化法相去不遠。但動態分群群組化法於分區模式、顧客數≥40 之情形下，可得五演算法之最佳解。故綜合而言，動態不分群群組化法爲本研究所提出之演算法中，最能兼顧總成本與總距離考量之演算法。

伍、結　論

經過以上各節的討論，可歸納爲以下幾個重點：

一、 固定點最小成本法雖找到兩兩顧客點間最低成本解，但總成本卻大於其他兩方法。此舉說明區域內最佳解與整體最佳解之間，仍有相當大的距離。

二、 等時距最小成本法會隨著顧客數的增加而將降低其成本的增加率，而群組化最小成本法則相反。

三、 分區模式中，單就一分區而言，其表現與不分區類似。
四、 顧客數少採用群組化最小成本法可得較低運輸成本，顧客數多則採用等時距最小成本法可得較低運輸成本。
五、 動態群組化最小成本法由於同時考量路徑與途程兩因素，故所得之成本解較先前所提出之三個演算法爲佳。且其總距離亦與優先考量路徑安排之等時距最小成本法相去不遠。

陸、結論與未來展望

本研究發展三套演算法，在運用「先分區，再排路徑」的相關演算法時，在進行完第一階段的分區後，利用此三種方法，求得最佳路徑，針對顧客的時窗限制之下，盡量滿足到達時間，以降低違反顧客時間時窗的罰金，以降低總運輸成本。在研究後期，又以群組化最小成本法爲基礎，發展一兼顧距離與途程考量之動態群組化最小成本法，經第四章之模擬測試，證實能得到較前三個演算法之成本解爲佳。

本研究所提出的四套演算法有下列的特點：

一、 在顧客數少的情形下，採用群組化最小成本法可求得較低成本；在顧客數較多的情形下，則採用等時距最小成本法以降低成本。
二、 固定點最小成本法適用於快速求得兩點間的最低運輸成本解，但用於計算總運輸成本，其績效比等時距最小成本法與群組化最小成本法都差。
三、 在三種演算法中，時間與距離權衡性，表現在群組化最小成本法上，尤其明顯。
四、 分區後區域內的成本與總距離的關係，與不分區時具有同點數的區域相似。
五、 本研究所發展的三種非傳統類型 TSP 求解方法，在以後求類似的路徑連接問題時，是個非常有用的工具。
六、 動態群組化最小成本法由於兼顧路徑與途程之考量，在總成本的比較上可得較低之成本，在總距離的比較上亦較等時距法與固定點法相差不大。

針對本研究所提的方法，有一些部份還有改善的空間：

一、 固定點最小成本法，在計算途程問題時，可利用鄰域搜尋的概念，經由不斷的交換過程，求得較佳的解。
二、 若把車速設定在一定範圍內而非等速，則找到的解將更具有彈性。
三、 本研究所發展的非傳統性的 TSP 問題，可根據此模式加入更多的變形，如 “某區域有些顧客點必須先送”等類型的問題，皆可找到相關的方法來解決。
四、 動態群組化最小成本法在分群方法上，可再找出更合理的分群標準，以達到降低成本之考量。
五、 針對目前的趨勢，可在日後的研究中加入回程的概念，單趟次的考量也可擴增爲多趟次的考量，以符合實際之需求。

參考文獻

1. Bodin, L. D. , and Golden, B., (1981), “Classification in vehicle routing and scheduling”, *Networks* 11, 97-108.
2. Baker, K. R., (1974), “Introduction to Sequencing and Scheduling”, John Wiley & Sons, Inc., 97-102.
3. Battiti, R. and G. Tecchiolli, (1994), “The reactive tabu search”, ORSA Journal on Computing, 6(2), 126-140.
4. Bowerman, R., Calamai, P.H., Hall, G.B., (1994), “The spacefilling curve with optimal partitioning heuristic for the vehicle routing problem”, European Journal of Operational Research, 59, 231-247.
5. Bramel, J., and Simchi-Level, D., (1996), “Probability analysis and practical algorithms for the vehicle routing problem with time windows”, Opns. Res., 44, 501-509.
6. Carlton, W.B., and Barners, J.W., (1996), “Solving the traveling salesman problem with time windows using tabu search”, IIE Trans., 617-629.
7. Chung H.K., and Norback J. P., (1991), “A clustering and insertion heuristic applied to a large routing problem ”, Journal of Operational Research, v42, n7, 555-564.
8. Christofides, N., Mignozzi, A. and Toth, P., (1981), “Exact algorithms for the vehicle routing problems, based on spanning tree and shortest path realxations”, Mathematical Programming, v20, 244-282.
9. Desrosirs, J., Dumas, Y. and Soumis, F., (1986), “A dynamic programming solution of the large-scale single vehicle routing problem with time windows”, American Journal of Mathematical and Management Sciences, v16, 301-325.
10. Kolen, A.W.J., Rinnooy Kan, A.H.G., and Terienekens, H..W.J.M., (1987), “Vehicle routing with time windows”, Opns. Res., 35, 256-273.
11. Laporte, G., and Nobert, Y., (1987), “Exact algorithms for the vehicle routing problem”, in : S. Martello, G. Laporte, M. Minoux and C. Riberio (eds.), Surveys in Combinatorial Optimization, North-Holland, Asmterdam, 147-184.
12. Lin, S., (1965), “Computer solutions of the the traveling salesman problem”, Bell System Technical Journal, 44, 2245-2269.
13. Malmborg C.J., (1996), “A genetic algorithm for service level based vehicle routing scheduling”, European Journal of Operation Reserach, 93,121-134.
14. Orloff, C. S., (1976) ,“On general routing problems”, Comments Network 4, 281-284.
15. Thomson, P.M., and Psaraftis, H.N., (1993), “Cyclic transfer algorithmjs for multivehicle routing and scheduling problems”, Operations Research, v41, n5, 935-946 .
16. Savelebergh, M. W.P. (1985), “Local search in routing problems with time windows. Annals of Operations Research”, v21, 59-84.
17. Savelebergh, M. W.P. (1990), “An efficient implementation of local search algorithms for the constrained routing problem”, European Journal of Operational Research, 47, 75-85.
18. Solomon, M., (1987), “Algorithms for the vehicle routing and scheduling problem with time window constraints”, Opens. Res. , 35, 254-265.
19. Zhang, W. (1997), “A note on the complexity of the asymmetric traveling salesman problem”, Operations Research Letters 20, 31-38.

A Study of The Vehicle Routing Problem Under Time Constraints

TIMON C. DU, HSIN RAU, JAMES C. CHEN, AND MU-QUAN WANG

Department of Industrial Engineering
Chung-Yuan Chrisitan University
Chung Li, Taiwan, 32023

ABSTRACT

The transportation cost is a significant portion of the operation expense toward a distribution center. Therefore, it is very important for the distribution center to reduce its transportation cost in order to increase its profit. In the past, a transportation problem focused only on the vehicle routing without taking time constraint into consideration. Today, customers often put more restricted time constraints on receiving schedule. If the time constraints are not met, either the early receiving fine or the late delivering fine will be imposed. This type of problem is called " time window constraints " and is more complicated than before.

First of all, this research proposes three algorithms under time constraints to reduce the transportation cost. On the list, the "minimize cost with equal-time interval" and "minimize cost with fixed points" proceed the routing analysis first, then do the scheduling. The difference between these two algorithms is that the former delays the departure time in the first customer to minimize the total cost while the latter delays the departure time in every customer to obtain the minimum cost between two customers. The third algorithm, minimum cost with grouping, groups all customer orders into clusters using the midpoint of the acceptable time interval of the customers, and the delivering time is scheduled by either previous algorithms depending on whichever generates lower costs. Then, this research proposes another algorithm, minimum cost with dynamic grouping, by considering both the distance and time window constraints. Finally, the performance comparison of these four algorithms is provided.

Key words: *distribution center, time windows, routing, scheduling*