

經費分配規則對二維度競租活動的影響

莊嘉峻、翁仁甫*

摘要

本文以 Katz et al. (1990) 的純地方公共財經費競租分析架構為基礎，結合 Faria et al. (2014) 二維度競租投入模型的設定方式，建立一個二維度區域間經費競租分析模型。利用我們所建立的理論模型，探討上級政府的經費分配規則對於二維度競租活動的影響效果，發現均衡整體競租努力投入水準，在兩個區域的居民人數不同的情況下，將有可能會隨著中央政府增加其經費依據區域之人數比例來分配的比重而增加。本文的上述分析結果，與經費依據一定標準（包括區域人口比例）來分配的比重越高，將會降低競租社會浪費的經濟直觀有所差別。此外，不同於 Katz et al. (1990) 的公共財競租分析關於競租活動不受地區居民人數以及地區人數分配狀況影響的結論，在本文的二維度區域間經費競租分析架構下，兩個區域的人口差異程度，將會是影響二維度競租活動的重要因素。

關鍵詞：經費分配規則、二維度競租

JEL分類代號：D62, D72, H41

* 兩位作者分別為聯繫作者：翁仁甫，國立臺北大學財政學系教授，237303 新北市三峽區大學路 151 號，電話：02-86741111 轉 67397，E-mail: zfueng@mail.ntpu.edu.tw；莊嘉峻，國立臺北大學財政學系碩士生，237303 新北市三峽區大學路 151 號，電話：02-86741111 轉 67384，E-mail: johnnychuang83@gmail.com。作者感謝兩位匿名審查委員所提供的寶貴意見與建議，文中若有疏漏為作者之責。

投稿日期：111 年 6 月 9 日；修訂日期：111 年 7 月 20 日；

接受日期：111 年 10 月 13 日。

經濟研究 (Taipei Economic Inquiry), 60:1 (2024), 1-31。

臺北大學經濟學系出版

1. 前言

在現實世界中，競租 (rent-seeking) 活動往往是發生在區域與區域或是團體與團體之間，¹ 舉例而言，各地區相互向上級政府爭取補助經費，來為居民提供地方公共財的經費競租活動，就是屬於這類的區域間競租活動。正因為區域間以及團體間競租活動普遍的存在於日常生活中，因此引發對競租議題分析有興趣的研究者，開始嘗試以 Tullock (1967, 1980) 所建構的經典個人間競租賽局分析架構為基礎，透過調整 Tullock 的模型設定，轉而投入聯合競租 (collective rent-seeking) 或是集團競租 (group rent-seeking) 分析。讓競租分析的討論範疇，得以由傳統個人之間的個別競租分析領域，進一步擴展至區域間（集團間）的聯合競租分析範疇。

在聯合競租或集團競租這一系列的分析文獻當中，Katz et al. (1990) 係在兩個區域的居民，相互向上級政府爭取一筆可為其居民提供特定公共財之經費使用權的情況下，進行區域間（團體間）的經費競租分析，結果發現整體競租投入水準，不受區域（競租團體）人數多寡與兩個區域（競租團體）間人數規模差異性高低的影響。Katz et al. (1990) 進一步發現相較於對公共財評價較低的窮困地區，對於地方公共財評價較高的富有地區，競租投入水準將會比較高。其後 Riaz et al. (1995) 藉由讓競租者同時消費公共財與私有財的模型設定方式，將 Katz et al. (1990) 的分析架構一般化。近期 Nupia (2013) 則是同樣是在競租團體競逐公共財的情況下，探討競租團體（地區）間財富水準高低以及人數規模差異對於總競租努力投入水準的影響，發現地區（團體）間差異性的降低，不必然會增加總競租努力投入水準。

¹ Nitzan and Ueda (2011) 一文的序論部分，提出了許多常見的集團競租（競賽）實例。

此外，在聯合競租或集團競租活動中，租利分配規則對於競租活動的影響效果，是文獻的另外一個討論焦點。其中，Nitzan (1991a) 建立了一個聯合集團競租分析架構 (collective-group rent-seeking structure)，在模型中所有集團皆採取相同租利分配規則的情況下，探討集團內部租利分配規則對於社會競租投入水準的影響效果，結果發現社會競租投入水準，將會隨著集團提高其依據均分方式來進行集團內部租利分配的比例而下降。其後，Nitzan (1991b) 與 Davis and Reilly (1999) 進一步在集團可能採取不同租利分配規則的情況下，分析集團之間內部租利分配規則的差異性，對於集團間競租均衡存在性的可能影響。² 再者，翁仁甫與吳亭儀 (2017) 以 Katz and Tokatlidu (1996) 所建立之兩階段集團間競租模型為基礎，另引用 Nitzan (1991a, 1991b) 在其單階段聯合集團競租分析中所提出的集團內租利分配規則，做為第二階段賽局集團內部進行租利分配時的分租規則，建構了一個兩階段集團間競租競賽分析模型，發現個別集團單獨的提高其依據均分方式來進行集團內租利分配的比例時，在某些情況下，會讓社會總競租投入水準增加而非下降。

正由於 Nitzan (1991a) 以及經濟直觀上認為當集團提高其依據均分方式來進行集團內部租利分配的比例時，將可以讓社會投入非生產性競租活動的資源下降至較低水準的看法。使得各國政府當局在制定利益（租利）分配規則時，往往為了控制利益分配過程中可能產生的非生產性競租花費，而選擇將一定比例的租利，以均分方式或特定的分配標準來進行分配。舉例而言，在我國現行的統籌分配稅款制度下，其中縣統籌分配稅款的部分，財政收支劃分法規定：「地價、房屋以及契稅的 20% 統籌分配給所轄屬鄉（鎮、市），並且上述統籌分配款項應本調節財政盈虛原則，由縣政府訂定分配辦

² 透過擴展 Nitzan (1991a, 1991b) 所建立的聯合集團競租模型，包括 Lee (1995)、Baik and Shogren (1995)、Baik and Lee (1997)、Ueda (2002)、Nitzan and Ueda (2009) 以及 Nitzan and Ueda (2011) 等文獻，則是先後進行了延伸性的聯合集團競租分析。

法；其中依公式分配之款項，不得低於可供分配總額之 90%」。

另一方面，在不同區域相互向上級政府爭取經費使用權，來為居民提供地方公共財的競租活動中。不同區域間在向上級政府爭取經費補助時，往往係透過多維（多重）型態的方式來進行。若再次以我國統籌分配稅款制度為例，中央統籌分配稅款的額度與分配方式，一直是爭議的焦點，也就是地方政府間除了相互爭取提高自身可獲分配的中央統籌分配稅款外，地方政府還會一同向中央政府爭取提高中央統籌分配稅款的額度。為了反映不同地區向上級政府爭取經費補助的經費競租活動中，地區居民實際上係透過投入上述二維度競租努力來爭取經費的特性，翁仁甫與黃梓涵 (2018) 參考 Faria et al. (2014) 二維型態競租努力 (two-dimensional effort) 模型以及 Katz et al. (1990) 的公共財競租模型，建立了一個二維度區域間經費競租分析架構，並在地方藉由上級政府經費補助所提供之地方公共財具有管轄區外溢性的情況下，進行管轄區外溢性對於二維度競租活動以及整體競租活動的影響效果分析。

透過以上文獻回顧可以發現，租利分配規則對於競租活動的影響效果，自 Nitzan (1991a) 以來一直是聯合競租或集團競租文獻的討論焦點。然而相關分析皆是在不同地區居民僅投入單一維度競租努力的情況下進行的，因此忽略了不同地區向上級政府爭取經費補助的經費競租活動中，地區居民實際上係透過投入二維度競租努力來爭取經費的特性。綜合而言，為使理論分析模型更為符合現實狀況，本文將參考過往相關文獻的模型設定方式，建立一個二維度區域間經費競租分析架構，在地區居民實際上係透過投入二維度之競租努力來向上級政府爭取經費的情況下，分析上級政府的經費分配規則，對於二個維度的競租努力投入水準以及整體競租努力投入水準的影響，以供作為未來制定經費分配規則時的參考依據。

本文除第 1 節為前言外，第 2 節透過參考 Katz et al. (1990) 的公共財競租模型以及 Faria et al. (2014) 的二維型態競租努力 (two-dimensional effort) 模型，建立本文的區域間經費競租分析架構，並

進行模型均衡解的推導。第 3 節則是將著手分析上級政府的經費分配規則，對於二維度競租努力投入水準以及整體競租努力投入水準的影響效果。最後，在第 4 節中提出本文的結論。

2. 模型與均衡

2.1 模型設定

考慮社會中存在 X 以及 Y 兩個地區，居住於區域 X 的 n 位風險中立居民與居住於區域 Y 的 m 位風險中立居民，相互向上級政府爭取經費補助，來做為提供地方公共財或進行地方公共建設的財源。³ 同時模型中的所有民眾，係經由投入二維度型態的努力，向上級政府爭取經費補助，也就是 X 以及 Y 兩個地區的民眾，一方面會投入努力尋求使自身所居住的地區可以取得更高比例的經費使用權。同時也會投入努力嘗試讓上級政府擴大對其轄下區域（ X 、 Y 兩區域）的補助總金額。因此在本文的分析架構下，上級政府所編列之補助總金額，將會受區域 X 以及區域 Y 的居民，要求上級政府提高補助總金額之努力投入程度的影響，而非是一筆固定的金額。又本文將在上述地區民眾係透過二維度型態努力，來爭取上級政府經費補助的情況下，把分析重點擺在上級政府的經費分配規則對於競租活動的影響。

具體而言，如果我們以 x_i^A 表示區域 X 當中第 i ($i = 1, \dots, n$) 位民眾為能擴大上級政府之補助總金額所投入的努力水準（以下將簡稱為擴大補助總額努力投入水準），以 x_i^B 代表區域 X 當中第 i ($i = 1, \dots, n$) 位民眾為了使自身所居住的地區可以取得更高比例的經費使用權所投入的努力水準（以下簡稱為區域間經費競爭努力投入水準）。另外，以 y_j^A 表示區域 Y 當中第 j ($j = 1, \dots, m$) 位民眾之擴大補助總額努力投入水準， y_j^B 為區域 Y 當中第 j ($j = 1, \dots, m$) 位民眾的

³ 本文將著重於經費競租分析，因此忽略上級政府經費籌措面的問題。

區域間經費競爭努力投入水準。透過參考 Faria et al. (2014) 的設定方式，本文將上級政府補助經費總額函數 V 設定為下列特定型態：

$$V\left(\sum_{i=1}^n x_i^A, \sum_{j=1}^m y_j^A\right) = \left(\sum_{i=1}^n x_i^A\right)^a + \left(\sum_{j=1}^m y_j^A\right)^a \quad (1)$$

如前已述，上述 (1) 式當中的上級政府補助經費總額 V ，將會是區域 X 以及區域 Y 居民之擴大補助總額努力投入程度（分別為 $\sum_{i=1}^n x_i^A$ 以及 $\sum_{j=1}^m y_j^A$ ）的函數。另其中的參數 a ($0 < a < 1$)，係為擴大補助總額努力投入影響效果參數，反映的是地區居民擴大補助總額努力投入水準的調整，對於上級政府補助經費總額 V 的影響程度。具體而言，越大的 a 值，代表上級政府對於擴大補助經費總額之要求較有反應，地區居民一定程度的提高擴大補助總額努力投入水準，將會使得上級政府越大程度的提高補助經費總額 V 。⁴

在上級政府經費分配規則的設定方面，本文則是假設 α ($0 \leq \alpha \leq 1$)（以下稱此參數 α 為分配規則參數）比例的上級政府補助經費總額 V ，係依據兩個區域的人數比例來分配，⁵ 至於另外 $(1 - \alpha)$ 比例

⁴ 本文參考 Faria et al. (2014) 的設定方式，將上級政府補助經費總額函數 V 設定為： $V\left(\sum_{i=1}^n x_i^A, \sum_{j=1}^m y_j^A\right) = \left(\sum_{i=1}^n x_i^A\right)^a + \left(\sum_{j=1}^m y_j^A\right)^a$ （其中 $0 < a < 1$ ），在 $\sum_{i=1}^n x_i^A > 1$ 且 $\sum_{j=1}^m y_j^A > 1$ 的情況下，將必然會出現補助經費總額低於總擴大補助總額努力投入水準（ $\sum_{i=1}^n x_i^A + \sum_{j=1}^m y_j^A$ ）的結果。若將 V 設定為： $V\left(\sum_{i=1}^n x_i^A, \sum_{j=1}^m y_j^A\right) = A \cdot \left[\left(\sum_{i=1}^n x_i^A\right)^a + \left(\sum_{j=1}^m y_j^A\right)^a\right]$ 其中 A 為正值參數，在 A 值足夠大的情況下，可避免上述情況產生。惟參數 A 之數值設定為何，並不會對本文的主要分析結果產生影響，因此為了簡化分析，我們最終選擇在 $A = 1$ 的情況下進行討論。

⁵ 我國現行中央統籌分配稅款制度下，其中分配給直轄市的部分，後續進一步於直轄市間進行分配時，20% 即是接近一年底人口比率進行分配，又分配給鄉、鎮、縣轄市的部分，後續進一步於各鄉、鎮、縣轄市間進行分配時，按基本建設需求分配的 50% 當中，亦有 10% 係按人口比例分配。

的 V ，上級政府則是依據兩個區域民眾的區域間經費競爭努力投入比例來分配。也就是隨著分配規則參數 α 的提高，代表著中央政府增加其經費依據所轄區域的居民人數比例來分配的比重。這樣，區域 X 所能獲取的上級政府補助經費比例（以 θ_X 表示）將會是：

$$\theta_X = \alpha \cdot \left(\frac{n}{n+m} \right) + (1-\alpha) \cdot \frac{\sum_{i=1}^n x_i^B}{\sum_{i=1}^n x_i^B + \sum_{j=1}^m y_j^B}, \quad (2)$$

而區域 Y 所能獲取的級政府補助經費比例（以 θ_Y 表示）則會是：

$$\theta_Y = 1 - \theta_X = \alpha \cdot \left(\frac{m}{n+m} \right) + (1-\alpha) \cdot \frac{\sum_{j=1}^m y_j^B}{\sum_{i=1}^n x_i^B + \sum_{j=1}^m y_j^B}。 \quad (3)$$

此外我們將以評價參數 β ($0 \leq \beta \leq 1$)，來反映居民對於自身居住區域取得經費後所提供之地方公共財的評價狀況（為簡化分析，我們將假設兩個區域民眾在評價上不存在差異性）。並且愈高的 β 值，代表居民對於自身居住區域取得經費使用權所給予的評價愈高。

以上即為本文二維度經費競租分析模型的基本假設，接著將進行模型均衡解的推導，再從事後續比較靜態分析。

2.2 模型均衡

以下將進行前一小節所建立二維度經費競租模型均衡解的推導工作，以做為後續從事比較靜態分析的基礎。在本文的分析架構下， X 地區的第 i ($i = 1, \dots, n$) 位居民所面對的預期淨利益（以 π_i^X 表示）極大化問題將為：

$$\begin{aligned}
\max_{x_i^A, x_i^B} \pi_i^X &= \beta \cdot \theta_X \cdot V\left(\sum_{i=1}^n x_i^A, \sum_{j=1}^m y_j^A\right) - x_i^A - x_i^B \\
&= \beta \cdot \left[\alpha \cdot \left(\frac{n}{n+m}\right) + (1-\alpha) \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^B}{\sum_{i=1}^n x_i^B + \sum_{j=1}^m y_j^B}\right) \right] \cdot \left[\left(\sum_{i=1}^n x_i^A\right)^a + \left(\sum_{j=1}^m y_j^A\right)^a \right] - x_i^A - x_i^B.
\end{aligned} \tag{4}$$

另一方面，Y 地區的第 j ($j = 1, \dots, m$) 位居民所面對的預期淨利益（以 π_j^Y 表示）極大化問題則會是：

$$\begin{aligned}
\max_{y_j^A, y_j^B} \pi_j^Y &= \beta \cdot \theta_Y \cdot V\left(\sum_{i=1}^n x_i^A, \sum_{j=1}^m y_j^A\right) - y_j^A - y_j^B \\
&= \beta \cdot \left[\alpha \cdot \left(\frac{m}{n+m}\right) + (1-\alpha) \cdot \left(\frac{\sum_{j=1}^m y_j^B}{\sum_{i=1}^n x_i^B + \sum_{j=1}^m y_j^B}\right) \right] \cdot \left[\left(\sum_{i=1}^n x_i^A\right)^a + \left(\sum_{j=1}^m y_j^A\right)^a \right] - y_j^A - y_j^B.
\end{aligned} \tag{5}$$

而對應於 (4) 式（即區域 X 當中的第 i 位居民的預期淨利益極大化問題）之兩條一階條件式分別為：

$$\frac{\partial \pi_i^X}{\partial x_i^A} = \beta \cdot \left[\alpha \cdot \left(\frac{n}{n+m}\right) + (1-\alpha) \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^B}{\sum_{i=1}^n x_i^B + \sum_{j=1}^m y_j^B}\right) \right] \cdot a \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i^A\right)^{a-1} - 1 = 0, \tag{6}$$

$$\frac{\partial \pi_i^X}{\partial x_i^B} = \beta \cdot (1-\alpha) \cdot \left[\frac{\sum_{j=1}^m y_j^B}{\left(\sum_{i=1}^n x_i^B + \sum_{j=1}^m y_j^B\right)^2} \right] \cdot \left[\left(\sum_{i=1}^n x_i^A\right)^a + \left(\sum_{j=1}^m y_j^A\right)^a \right] - 1 = 0. \tag{7}$$

又 (5) 式（即區域 Y 當中的第 j 位居民的預期淨利益極大化問題）所對應之兩條一階條件式將會是：

$$\frac{\partial \pi_j^Y}{\partial y_j^A} = \beta \cdot [\alpha \cdot (\frac{m}{n+m}) + (1-\alpha) \cdot (\frac{\sum_{i=1}^m y_j^B}{\sum_{i=1}^n x_i^B + \sum_{j=1}^m y_j^B})] \cdot a \cdot (\sum_{j=1}^m y_j^A)^{(a-1)} - 1 = 0 \quad , \quad (8)$$

$$\frac{\partial \pi_j^Y}{\partial y_j^B} = \beta \cdot (1-\alpha) \cdot [\frac{\sum_{i=1}^n x_i^B}{(\sum_{i=1}^n x_i^B + \sum_{j=1}^m y_j^B)^2}] \cdot [(\sum_{i=1}^n x_i^A)^a + (\sum_{j=1}^m y_j^A)^a] - 1 = 0 \quad . \quad (9)$$

當我們將討論的焦點擺在對稱均衡的情況下， $x_1^A = x_2^A = \dots = x_n^A = x^A$ ； $x_1^B = x_2^B = \dots = x_n^B = x^B$ ； $y_1^A = y_2^A = \dots = y_m^A = y^A$ ； $y_1^B = y_2^B = \dots = y_m^B = y^B$ 。此時，上述 (6)至(9) 式可分別被改寫成為：

$$\beta \cdot [\alpha \cdot (\frac{n}{n+m}) + (1-\alpha) \cdot (\frac{n \cdot x^B}{n \cdot x^B + m \cdot y^B})] \cdot a \cdot (n \cdot x^A)^{(a-1)} = 1 \quad , \quad (10)$$

$$\beta \cdot (1-\alpha) \cdot [\frac{m \cdot y^B}{(n \cdot x^B + m \cdot y^B)^2}] \cdot [(n \cdot x^A)^a + (m \cdot y^A)^a] = 1 \quad , \quad (11)$$

以及：

$$\beta \cdot [\alpha \cdot (\frac{m}{n+m}) + (1-\alpha) \cdot (\frac{m \cdot y^B}{n \cdot x^B + m \cdot y^B})] \cdot a \cdot (m \cdot y^A)^{(a-1)} = 1 \quad , \quad (12)$$

$$\beta \cdot (1-\alpha) \cdot [\frac{n \cdot x^B}{(n \cdot x^B + m \cdot y^B)^2}] \cdot [(n \cdot x^A)^a + (m \cdot y^A)^a] = 1 \quad . \quad (13)$$

接著利用 (10) 至 (13) 式，我們可經由下列過程求解出 $n \cdot x^A$ 、 $n \cdot x^B$ 、 $m \cdot y^A$ 以及 $m \cdot y^B$ 。首先透過將 (11) 式與 (13) 式之等號兩側相除可得出：

$$m \cdot y^B = n \cdot x^B \quad , \quad (14)$$

然後透過將 (14) 式代入 (10) 式可推導出：

$$n \cdot x^A = \left\{ \frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (n-m)]} \right\}^{\frac{1}{(a-1)}}, \quad (15)$$

將 (14) 式代入 (12) 式可推導出：

$$m \cdot y^A = \left\{ \frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (m-n)]} \right\}^{\frac{1}{(a-1)}}, \quad (16)$$

至此可知均衡狀態下，總擴大補助經費總額努力投入水準（以 E^A 表示）將會是：

$$\begin{aligned} E^A &= n \cdot x^A + m \cdot y^A \\ &= \left\{ \frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (n-m)]} \right\}^{\frac{1}{(a-1)}} + \left\{ \frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (m-n)]} \right\}^{\frac{1}{(a-1)}}. \end{aligned} \quad (17)$$

再者透過將 (14) 式、(15) 式以及 (16) 式配合 (11) 式可得出：

$$\begin{aligned} m \cdot y^B &= \frac{\beta \cdot (1-\alpha)}{4} \left\{ \left[\frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (n-m)]} \right]^{\frac{a}{(a-1)}} \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (m-n)]} \right]^{\frac{a}{(a-1)}} \right\}, \end{aligned} \quad (18)$$

透過將 (14) 式、(15) 式以及 (16) 式配合 (13) 式可得出：

$$\begin{aligned} n \cdot x^B &= \frac{\beta \cdot (1-\alpha)}{4} \left\{ \left[\frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (n-m)]} \right]^{\frac{a}{(a-1)}} \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (m-n)]} \right]^{\frac{a}{(a-1)}} \right\}, \end{aligned} \quad (19)$$

並且可進而將均衡狀態下的總區域間經費競爭努力投入水準（以 E^B 表示）列出如下：

$$E^B = n \cdot x^B + m \cdot y^B = \frac{\beta \cdot (1-\alpha)}{2} \left\{ \left[\frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (n-m)]} \right]^{\frac{a}{a-1}} + \left[\frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (m-n)]} \right]^{\frac{a}{a-1}} \right\} \quad (20)$$

又結合 (17) 式與 (20) 式，可知均衡整體競租努力投入水準（以 E 表示）將為：

$$E = E^A + E^B = \left[\frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (n-m)]} \right]^{\frac{1}{a-1}} + \left[\frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (m-n)]} \right]^{\frac{1}{a-1}} + \frac{\beta \cdot (1-\alpha)}{2} \left\{ \left[\frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (n-m)]} \right]^{\frac{a}{a-1}} + \left[\frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (m-n)]} \right]^{\frac{a}{a-1}} \right\} \quad (21)$$

附帶一提，當上級政府之補助總金額為一外生的固定金額 \bar{V} 時，均衡總擴大補助經費總額努力投入水準將為零，並且利用 (18) 式至 (20) 式可知，在此一情況下，均衡總區域間經費競爭努力投入水準（以 $E^B|_{V=\bar{V}}$ 表示）將會是：

$$E^B|_{V=\bar{V}} = \frac{\beta \cdot (1-\alpha)}{4} \cdot \bar{V} + \frac{\beta \cdot (1-\alpha)}{4} \cdot \bar{V} = \frac{\beta \cdot (1-\alpha)}{2} \cdot \bar{V} \quad (22)$$

(22) 式當中的 $E^B|_{V=\bar{V}}$ 顯然會因為分配規則參數 α 的提高而下降，表示在上級政府之補助總金額為一外生的固定金額時，隨著上級政府愈傾向按照兩個區域的人數比例進行補助經費的分配，均衡整體競租努力投入水準將會因此降低。這是因為在此情況下，參數 α 值的提高，將會降低兩地區民眾可透過區域間經費競租活動來影響的補

助經費比例，因而降低兩個區域居民投入區域間經費競租活動的誘因。正是基於以上理由，在上級對下級政府進行補助時，一般會透過建立一定的經費分配標準，⁶ 以減低非生產性競租活動所引發的社會浪費。

值得注意的是，在本文二維度經費競租分析架構下，上級政府補助經費總額，將會是區域 X 以及區域 Y 居民之擴大補助總額努力投入水準的函數，也就是上級政府補助經費總額將會是由模型內生決定。這樣，在兩個區域的人口數不同的情況下，當上級政府愈傾向按照兩個區域的人數比例進行補助經費的分配時，人數相對較多的區域，投入擴大補助經費總額競租活動的誘因，直覺上顯然會因為預期可以取得更高份額的補助經費與坐享其成心態 (free-riding) 的弱化而提高。這將使得上級政府之補助總金額為一外生的固定金額下，均衡整體競租努力投入水準，會隨著上級政府愈傾向按照兩個區域的人數比例進行補助經費的分配而降低的結果，可能因此而有所改變。

基於以上經濟直覺，以下我們將以本節所推得的上述均衡解為基礎，透過比較靜態分析，釐清經費分配規則與競租社會浪費之間的關係，並供作未來制定經費分配規則的參考依據。

3. 分析

3.1 經費分配規則對於二維度競租活動之影響

本節將著手進行經費分配規則變動對於二維度競租活動影響之比較靜態分析。首先考慮區域 X 與區域 Y 的人口數完全相同（也就是 $n = m$ ）的特殊狀況，在模型中的兩個區域具有相同的居民人數下，透過將 $n = m$ 代入 (15) 式與 (16) 式可知：

⁶ 像是依據下級政府的人口比例或是土地面積比例等標準來進行補助經費的分配。

$$n \cdot x^A = m \cdot y^A = \left(\frac{2}{\beta \cdot a}\right)^{\frac{1}{(a-1)}}, \quad (23)$$

同時，由 (17) 式可得出此一狀況下的均衡總擴大補助經費總額努力投入水準（以 $E^A|_{n=m}$ 表示）將會是：

$$E^A|_{n=m} = 2 \cdot \left(\frac{2}{\beta \cdot a}\right)^{\frac{1}{(a-1)}}。 \quad (24)$$

接著將 $n = m$ 代入 (18) 式及 (19) 式可得出：

$$n \cdot x^B = m \cdot y^B = \frac{\beta \cdot (1-\alpha)}{4} \cdot \left[\left(\frac{2}{\beta \cdot a}\right)^{\frac{a}{(a-1)}} + \left(\frac{2}{\beta \cdot a}\right)^{\frac{a}{(a-1)}} \right], \quad (25)$$

由 (20) 式可知此時均衡總區域間經費競爭努力投入水準（以 $E^B|_{n=m}$ 表示）將會是：

$$E^B|_{n=m} = \frac{\beta \cdot (1-\alpha)}{2} \cdot \left[\left(\frac{2}{\beta \cdot a}\right)^{\frac{a}{(a-1)}} + \left(\frac{2}{\beta \cdot a}\right)^{\frac{a}{(a-1)}} \right]。 \quad (26)$$

並且透過 (21) 式可得出均衡整體競租努力投入水準（以 $E|_{n=m}$ 表示）在此一狀況會是：

$$E|_{n=m} = E^A|_{n=m} + E^B|_{n=m} = 2 \cdot \left(\frac{2}{\beta \cdot a}\right)^{\frac{1}{(a-1)}} + \frac{\beta \cdot (1-\alpha)}{2} \cdot \left[\left(\frac{2}{\beta \cdot a}\right)^{\frac{a}{(a-1)}} + \left(\frac{2}{\beta \cdot a}\right)^{\frac{a}{(a-1)}} \right]。 \quad (27)$$

由 (23) 式與 (24) 式可以發現， $\partial(n \cdot x^A)/\partial\alpha$ 、 $\partial(m \cdot y^A)/\partial\alpha$ 以及 $\partial(E^A|_{n=m})/\partial\alpha$ 都會等於零，表示在兩個區域的居民人數相同的情況下，兩個區域的均衡擴大補助總額努力投入水準會完全相同，並且都不受經費分配規則變動的影響，因此經費分配規則變動，在 $n = m$

的情況下，將不會改變均衡總擴大補助總額努力投入水準 $E^A|_{n=m}$ 。產生上述結果的理由，是因為在兩個區域的居民人數相同的情況下，依據兩個區域的人數比例來進行補助經費的分配，在效果上等於是將補助經費在兩個區域間均分，再加上兩個區域的均衡相互競租努力投入水準會完全相同（請參見 (14) 式），這樣當補助經費總額提高 1 元時，不論上級政府依據兩個區域的人數比例來進行補助經費分配的比例為何（即不論分配規則參數 α 值為何），兩個區域各自可以分配到的補助經費都會提高 0.5 元，因此參數 α 值的變動，在兩個區域的居民人數相同的情況下，將不會對兩個區域居民坐享其成 (free-riding) 的心態產生任何影響，也就不會改變兩個區域居民投入擴大補助總額競租活動的誘因。

此外透過 (25) 式 以及 (26) 式則是發現，當 $n = m$ 時，完全相同的兩個區域之均衡區域間經費競租努力投入水準，將會隨著分配規則參數 α 的提高而下降，因此分配規則參數的提高，在此一情況下將會使得均衡總區域間經費競租努力投入水準 $E^B|_{n=m}$ 下降。這主要是因為在 $n = m$ 的情況下，參數 α 值的提高不會改變均衡總擴大補助總額，卻是會透過降低補助經費依據區域間經費競租活動來進行分配的比例，從而減弱兩個區域居民投入區域間經費競租活動的誘因。

最後透過 (27) 式，可發現當 $n = m$ 時，均衡整體競租努力投入水準 $E|_{n=m}$ ，將會隨著分配規則參數 α 的提高而下降，這是在兩個區域的居民人數相同的情況下，經費分配規則變動不會改變均衡總擴大補助總額努力投入水準 $E^A|_{n=m}$ ，但會使均衡總區域間經費競租努力投入水準 $E^B|_{n=m}$ 下降所致。

在繼續分析前，讓我們將前述在 $n = m$ 的情況下，所進行的比較靜態分析結果，彙整如下列命題：

[命題 1] 在本文所建構的二維度經費競租分析架構下，當兩個區域的居民人數相同時：

- (1) 分配規則參數 α 值的變動，將不會對均衡總擴大補助總額努力投入水準產生任何影響。
- (2) 均衡總區域間經費競租努力投入水準，將會隨著分配規則參數 α 值的提高而下降。
- (3) 均衡整體競租努力投入水準，將會隨著分配規則參數 α 值的提高而下降。

上述命題 1 所彙整的分析結果隱含，在兩個區域的居民人數相同的情況下，為了減低非生產性競租活動所引發的社會浪費，經費的分配宜儘可能依據一定的標準，降低分配者自由裁量的空間。

接著讓我們進一步在 $n \neq m$ 的情況下，分析經費分配規則變動對於二維度競租活動的影響效果。於此我們先說明的是，在兩個區域的人數不同的情況下，假定哪一個區域的人口數較多並不會影響分析結果，因此為簡化分析並避免重複，底下我們將以 $n > m$ （也就是區域 X 人口數多於區域 Y 人口數）的情況為例進行後續討論。

以下先進行經費分配規則變動對於均衡總擴大補助總額努力投入水準 E^A 的影響分析。為此我們將 (17) 式中的均衡總擴大補助總額努力投入水準 E^A 對分配規則參數 α 偏微分以求得下列偏導數：

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial E^A}{\partial \alpha} &= \frac{\partial(n \cdot x^A)}{\partial \alpha} + \frac{\partial(m \cdot y^A)}{\partial \alpha} \\
 &= \frac{1}{(1-a)} \cdot \left[\frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (n-m)]} \right]^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} \cdot \left\{ \frac{2 \cdot (n+m) \cdot (n-m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (n-m)]^2} \right\} \\
 &\quad + \frac{1}{(1-a)} \cdot \left[\frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (m-n)]} \right]^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} \cdot \left\{ \frac{2 \cdot (n+m) \cdot (m-n)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (m-n)]^2} \right\} \\
 &= \frac{1}{(1-a)} \cdot [2 \cdot (n+m)]^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} \cdot (\beta \cdot a)^{\left(\frac{1}{1-a}\right)} \cdot (n-m) \\
 &\quad \cdot \left\{ [(n+m) + \alpha \cdot (n-m)]^{\left(\frac{a}{1-a}\right)} - [(n+m) + \alpha \cdot (m-n)]^{\left(\frac{a}{1-a}\right)} \right\} > 0, \tag{28}
 \end{aligned}$$

在我們選定以 $n > m$ （也就是區域 X 的人口數多於區域 Y 的人口數）

的情況為討論前提時，⁷ 透過 (28) 式可發現此時： $\partial(n \cdot x^A)/\partial\alpha > 0$ ； $\partial(m \cdot y^A)/\partial\alpha < 0$ 並且 $\partial E^A/\partial\alpha > 0$ 。上述結果意味當 $n > m$ 時，中央政府提高其經費依據區域之人數比例來分配的比重時，一方面會讓人數較多的 X 區域居民，增加其擴大補助總額努力投入水準（也就是使 $n \cdot x^A$ 提高），同時也會使人數較少的 Y 區域居民減少擴大補助總額努力投入水準（也就是使 $m \cdot y^A$ 下降），並且均衡總擴大補助總額努力投入水準 E^A ，在 $n > m$ 的情況下，會因為分配規則參數 α 的提高而增加。若進一步探究上述結果背後的經濟理由，乃是因為中央政府提高其經費依據區域之人數比例來分配的比重時，一方面會讓人數較多的 X 區域所能獲得的補助經費比例由 50% 往上提高，弱化了 X 區域居民坐享其成 (free-riding) 的心態，因而提高 X 區域居民投入擴大補助總額競租活動的誘因，另一方面則是會使人數較少的 Y 區域所能獲得的補助經費比例由 50% 向下減少，增強了 Y 區域居民坐享其成 (free-riding) 的心態，從而降低 Y 區域居民投入擴大補助總額競租活動的誘因。再者由於中央政府增加其經費依據區域之人數比例來分配的比重時，會讓 X 區域居民擴大補助總額投入水準 $n \cdot x^A$ 提高的程度，超過讓 Y 區域居民擴大補助總額投入水準 $m \cdot y^A$ 下降的程度，因此使得均衡總擴大補助總額努力投入水準 E^A ，在 $n > m$ 的情況下，會因為分配規則參數 α 的提高而增加。

以下我們將前述在 $n \neq m$ 的情況下，經費分配規則變動對於均衡總擴大補助總額努力投入水準 E^A 影響的比較靜態分析發現，彙整如命題 2：

[命題 2] 在本文所建構的二維度經費競租分析架構下，當兩個區域的居民人數不同時：

(1) 中央政府提高其經費依據區域之人數比例來分配的比重

⁷ 如前已述，選擇以 $n > m$ （區域 X 的人口數多於區域 Y 的人口數）或是 $m > n$ （區域 Y 的人口數多於區域 X 的人口數）之情況進行討論，不會影響本文的分析結果。

時，一方面會讓人數較多的區域居民增加其擴大補助總額努力投入水準，同時也會使人數較少的區域居民減少其擴大補助總額努力投入水準。

(2) 均衡總擴大補助總額努力投入水準 E^A ，會因為分配規則參數 α 的提高而增加。

其次為能進行經費分配規則變動對於總區域間經費競爭努力投入水準 E^B 的影響效果分析，我們將 (20) 式中的均衡總區域間經費競爭努力投入水準 E^B 對分配規則參數 α 偏微分以求得下列偏導數：

$$\begin{aligned} \frac{\partial E^B}{\partial \alpha} &= \frac{\partial nx^B}{\partial \alpha} + \frac{\partial my^B}{\partial \alpha} = 2 \cdot \left(\frac{\partial nx^B}{\partial \alpha} \right) \\ &= \left[\frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (n-m)]} \right]^{\frac{1}{a-1}} \cdot (n+m) \cdot \beta^2 \cdot a \cdot \left\{ \frac{(1-\alpha) \cdot a \cdot (n-m) - (1-a) \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (n-m)]}{(1-a) \cdot \{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (n-m)]\}^2} \right\} \\ &\quad - \left[\frac{2 \cdot (n+m)}{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (m-n)]} \right]^{\frac{1}{a-1}} \cdot (n+m) \cdot \beta^2 \cdot a \cdot \left\{ \frac{(1-\alpha) \cdot a \cdot (n-m) + (1-a) \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (m-n)]}{(1-a) \cdot \{\beta \cdot a \cdot [(n+m) + \alpha \cdot (m-n)]\}^2} \right\} \end{aligned} \quad (29)$$

在我們所選定之 $n > m$ （也就是區域 X 的人口數多於區域 Y 的人口數）的討論前提下，由於 (29) 式等號右側之第二項為負值，因此唯有當此式等號右側之第一項為正值時， $\partial E^B / \partial \alpha$ 之符號才有可能為正，又 (29) 式第一項為正值之條件為 $(1 - \alpha) \cdot a \cdot (n - m) - (1 - a) \cdot [(n + m) + \alpha \cdot (n - m)] > 0$ 。據此，我們可推得 $\partial E^B / \partial \alpha > 0$ 之必要條件（前提條件）將會是：

$$\alpha < \frac{n \cdot (2 \cdot a - 1) - m}{(n - m)} \quad \text{。}^8 \quad (30)$$

以上分析結果顯示在 (30) 式成立下， $\partial E^B / \partial \alpha$ 之符號方有可能為正值，也就是在 (30) 式成立下，總區域間經費競爭努力投入水準 E^B ，

⁸ (30) 式另可表示為： $a > 1/2 + \{[\alpha \cdot n + (1-\alpha) \cdot m] / (2 \cdot n)\}$ 。

才可能會隨中央政府增加其經費依據區域之人數比例來分配的比重而提高。另外，當 (30) 式成立時，以下我們可透過一個數值範例，來證明總區域間經費競爭努力投入水準 E^B ，確實有可能隨中央政府增加其經費依據區域之人數比例來分配的比重而提高。在這個例子中，本文模型當中的參數被設定如下：

$$n = 100 ; m = 35 ; a = 0.9 ; \beta = 1 ; \alpha = 0.1 \sim 0.9$$

將上述參數設定配合 (20) 式，可將這個例子下的均衡總區域間經費競爭努力水準 E^B 計算得出並整理如表 1。

表 1 以數值例展示 $\partial E^B / \partial \alpha > 0$ 的可能性

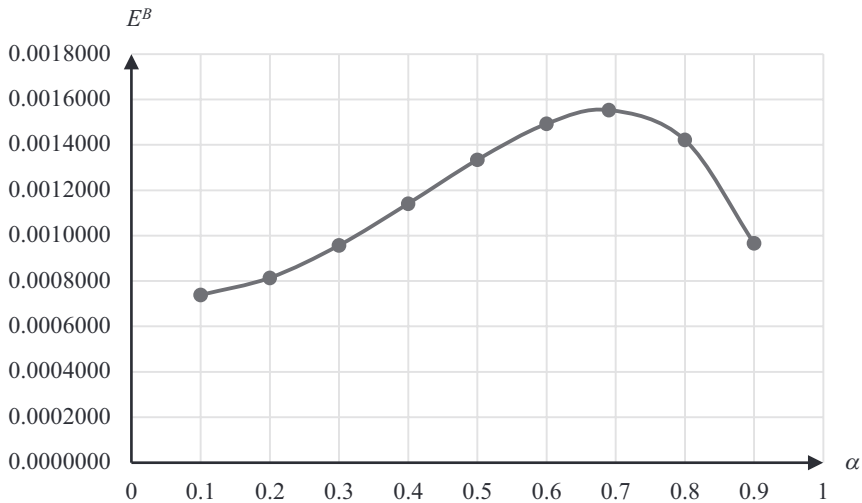
n	m	a	α	E^B
100	35	0.9	0.1	0.0007383
100	35	0.9	0.2	0.0008140
100	35	0.9	0.3	0.0009570
100	35	0.9	0.4	0.0011409
100	35	0.9	0.5	0.0013341
100	35	0.9	0.6	0.0014926
100	35	0.9	0.69	0.0015535
100	35	0.9	0.7	0.0015527
100	35	0.9	0.8	0.0014216
100	35	0.9	0.9	0.0009663

資料來源：本研究整理。

接著利用表 1 當中 α 以及 E^B 兩個欄位的資料，我們可將 α 與 E^B 之間的關係以圖形呈現如圖 1。

值得注意的是，在上述範例的參數設定下，當 $\alpha < (45/65) = 0.69231$ 時，(30) 式會成立，這表示此時總區域間經費競爭努力水準 E^B 存在隨著中央政府增加其經費依據區域之人數比例來分配的比重

而提高的可能性，而表 1 當中 α 以及 E^B 兩個欄位的内容以及對應的圖 1，正顯示出上述可能性確實存在。



資料來源：本研究整理。

圖 1 以數值例展示 $\partial E^B / \partial \alpha > 0$ 的可能性

相對於 (30) 式成立的情況，當 (30) 式不成立時，(30) 式中的第一項將小於零，配合該式之第二項為負值，代表在 (30) 式不成立的情況下， $\partial E^B / \partial \alpha$ 之符號將確定為負。亦即此時總區域間經費競爭努力水準 E^B ，會隨著中央政府增加其經費依據區域之人數比例來分配的比重而下降。

實際上，在其他情況不變下，當擴大補助總額努力投入影響效果參數 a 值越大，(30) 式愈有可能成立，此時總區域間經費競爭努力投入水準 E^B ，才可能會隨中央政府增加其經費依據區域之人數比例來分配的比重而提高。這是因為擴大補助總額努力投入影響效果參數 a 值越大時，當中央政府增加其經費依據區域之人數比例來分配的比重，讓人數較多的 X 區域居民坐享其成 (free-riding) 的心態弱

化下，會使得 X 區域居民更大程度的增加其擴大補助總額努力投入水準，讓補助經費總額以及兩區域居民相互競租努力投入增加的程度愈大，此時上述相互競租努力投入水準增加效果，才有可能會超過同時產生的相互競租努力投入水準減少效果（因為中央政府增加其經費依據區域之人數比例來分配的比重，將會降低可透過區域間經費競租活動來影響的補助經費比例）。

在繼續分析前，透過下列命題，彙整我們在 $n \neq m$ 的情況下，有關於經費分配規則變動對於均衡總區域間經費競爭努力投入水準 E^B 影響的比較靜態分析結果：

[命題 3] 在本文所建構的二維度經費競租分析架構下，當兩個區域的居民人數不同時：

- (1) 總區域間經費競爭努力投入水準 E^B ，會隨著中央政府增加其經費依據區域之人數比例來分配的比重而提高的必要條件為： $\alpha < [n \cdot (2 \cdot a - 1) - m] / (n - m)$ 亦即 $a > 1/2 + \{[\alpha \cdot n + (1 - \alpha) \cdot m] / (2 \cdot n)\}$ 。
- (2) 在上述必要條件成立下，總區域間經費競爭努力投入水準 E^B ，確實可能隨著中央政府增加其經費依據區域之人數比例來分配的比重而提高。
- (3) 若 $\alpha \geq [n \cdot (2 \cdot a - 1) - m] / (n - m)$ 亦即 $a \leq 1/2 + \{[\alpha \cdot n + (1 - \alpha) \cdot m] / (2 \cdot n)\}$ ，則總區域間經費競爭努力投入水準 E^B ，會隨著中央政府增加其經費依據區域之人數比例來分配的比重而下降。

接著讓我們分析經費分配規則變動對於均衡整體競租努力投入水準 E 的影響，為此我們將 (21) 式中的均衡整體競租努力投入水準 E 對分配規則參數 α 偏微分得出：

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha} = \frac{\partial E^A}{\partial \alpha} + \frac{\partial E^B}{\partial \alpha} \quad (31)$$

根據先前的分析可知，(31) 式當中等號右側的第一項符號為正（請參見命題 2），而第二項之符號可能為正也可能為負（請參見命題 3），這表示 $\partial E/\partial \alpha$ 之符號在本文的分析架構下並無法確定。也就是我們無法確定經費分配規則參數 α 的提高或下降，究竟會對均衡整體競租努力投入水準 E 產生怎樣的影響效果。值得我們注意的是，當 (31) 式當中等號右側第二項的符號為正值時，我們將可確定 $\partial E/\partial \alpha$ 之符號為正，也就是此時經費分配規則參數 α 的提高，將會使得均衡整體競租努力投入水準 E 增加。

在結束本小節的分析前，透過下列命題 4，彙整我們在 $n \neq m$ 的情況下，關於經費分配規則變動對於均衡整體競租努力投入水準影響的比較靜態分析結果：

[命題 4] 在本文所建構的二維度經費競租分析架構下，當兩個區域的居民人數不同時：

- (1) 無法確定經費分配規則參數 α 的提高或下降，究竟會對均衡整體競租努力投入水準 E 產生怎樣的影響效果。
- (2) 若經費分配規則參數 α 的提高會讓均衡總區域間經費競爭努力投入水準 E^B 提高，則經費分配規則參數 α 的提高，將會使得均衡整體競租努力投入水準 E 增加。

上述經費分配規則參數 α 的提高，在擴大補助總額努力投入影響效果參數 a 大到足以讓 (30) 式成立的情況下，將有可能會使得均衡整體競租努力投入水準 E 增加的分析發現，與經費依據一定標準（包括區域人口比例）來分配的比重越高，將會降低競租浪費的經濟直觀有所不同。

綜合本小節的分析而言，在本文二維度經費競租分析架構下，上級政府補助經費總額，將會是區域 X 以及區域 Y 居民之擴大補助總額努力投入水準的函數，也就是上級政府補助經費總額將會是由模型內生決定。因此當兩個區域的人口數不同時，隨著上級政府愈傾向按照兩個區域的人數比例進行補助經費的分配，民眾相對較多

的區域，其居民投入擴大補助經費總額競租活動的誘因，顯然會因為預期可以取得更高份額的補助經費與坐享其成 (free-riding) 心態的弱化而提高，從而使得總擴大補助總額競租努力投入水準增加。並且在擴大補助總額努力投入影響效果參數 a 值愈高的情況下，上述總擴大補助總額競租努力投入水準增加效果將會愈強，並因此造成整體競租努力投入水準，會隨著上級政府愈傾向按照兩個區域的人數比例進行補助經費的分配而提高的反直觀結果。

3.2 區域居民人數差異對於二維度競租活動之影響

在本文的分析架構下，當經費分配規則參數 α 固定時，兩區域居民人數差異程度的提高，將如何影響兩個區域居民的二維度競租活動，是在經費分配一定程度考量兩個區域的人數比例下，另一個值得討論的問題。

為進行區域居民人數差異程度對於二維度競租活動之影響效果分析，在我們繼續以 $n > m$ （也就是區域 X 的人口數多於區域 Y 的人口數）的情況為討論前提時，若我們採用 $s (s = (n/m) > 1)$ 表示區域 X 的人口數相對於區域 Y 的人口數，則可將均衡總擴大補助經費總額努力投入水準 E^A （(17) 式）、均衡總區域間經費競爭努力投入水準 E^B （(20) 式）以及均衡整體競租努力投入水準 E （(21) 式）分別改寫為：

$$E^A = n \cdot x^A + m \cdot y^A = \left\{ \frac{2 \cdot (s+1)}{\beta \cdot a \cdot [(s+1) + \alpha \cdot (s-1)]} \right\}^{\frac{1}{(a-1)}} + \left\{ \frac{2 \cdot (s+1)}{\beta \cdot a \cdot [(s+1) + \alpha \cdot (1-s)]} \right\}^{\frac{1}{(a-1)}}, \quad (32)$$

$$E^B = n \cdot x^B + m \cdot y^B = \frac{\beta \cdot (1-\alpha)}{2} \left\{ \left\{ \frac{2 \cdot (s+1)}{\beta \cdot a \cdot [(s+1) + \alpha \cdot (s-1)]} \right\}^{\frac{a}{(a-1)}} + \left\{ \frac{2 \cdot (s+1)}{\beta \cdot a \cdot [(s+1) + \alpha \cdot (1-s)]} \right\}^{\frac{a}{(a-1)}} \right\}, \quad (33)$$

以及：

$$\begin{aligned}
 E = E^A + E^B = & \left\{ \frac{2 \cdot (s+1)}{\beta \cdot a \cdot [(s+1) + \alpha \cdot (s-1)]} \right\}^{\frac{1}{(a-1)}} + \left[\frac{2 \cdot (s+1)}{\beta \cdot a \cdot [(s+1) + \alpha \cdot (1-s)]} \right]^{\frac{1}{(a-1)}} \\
 & + \frac{\beta \cdot (1-\alpha)}{2} \left\{ \left\{ \frac{2 \cdot (s+1)}{\beta \cdot a \cdot [(s+1) + \alpha \cdot (s-1)]} \right\}^{\frac{a}{(a-1)}} + \left\{ \frac{2 \cdot (s+1)}{\beta \cdot a \cdot [(s+1) + \alpha \cdot (1-s)]} \right\}^{\frac{a}{(a-1)}} \right\}。
 \end{aligned}
 \tag{34}$$

接著讓我們探討當 s （以下稱此參數為區域居民人數差異參數）提高時，也就是兩個區域的人口差異程度擴大時，將如何影響均衡總擴大補助總額努力投入水準。為此將 (32) 式中的均衡總擴大補助總額努力投入水準 E^A 對區域居民人數差異參數 s 偏微分以求得下列偏導數：

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial E^A}{\partial s} &= \frac{\partial(n \cdot x^A)}{\partial s} + \frac{\partial(m \cdot y^A)}{\partial s} \\
 &= \frac{1}{(1-a)} \cdot \left[\frac{2 \cdot (s+1)}{\beta \cdot a \cdot [(s+1) + \alpha \cdot (s-1)]} \right]^{\frac{1}{(a-1)}} \cdot \frac{2}{\beta \cdot a} \left\{ \frac{2 \cdot \alpha}{[(s+1) + \alpha \cdot (s-1)]^2} \right\} \\
 &\quad - \frac{1}{(1-a)} \cdot \left[\frac{2 \cdot (s+1)}{\beta \cdot a \cdot [(s+1) + \alpha \cdot (1-s)]} \right]^{\frac{1}{(a-1)}} \cdot \frac{2}{\beta \cdot a} \left\{ \frac{2 \cdot \alpha}{[(s+1) + \alpha \cdot (1-s)]^2} \right\} \\
 &= \frac{1}{(1-a)} \cdot [2 \cdot (s+1)]^{\frac{1}{(a-1)}} \cdot (\beta \cdot a)^{\frac{1}{1-a}} \cdot 4 \cdot \alpha \\
 &\quad \cdot \{ [(s+1) + \alpha \cdot (s-1)]^{\frac{a}{1-a}} - [(s+1) + \alpha \cdot (1-s)]^{\frac{a}{1-a}} \} > 0,
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

在 $s = (n/m) > 1$ 的前提下，透過 (35) 式可發現此時： $\partial(n \cdot x^A)/\partial s > 0$ ； $\partial(m \cdot y^A)/\partial s < 0$ 並且 $\partial E^A/\partial s > 0$ 。上述結果代表著當 $n > m$ 時，兩個區域的人口差異程度擴大，一方面會讓人數較多的 X 區域居民，增加其擴大補助總額努力投入水準（也就是使 $n \cdot x^A$ 提高），同時也會使人數較少的 Y 區域居民減少擴大補助總額努力投入水準（也就是使 $m \cdot y^A$ 下降），並且均衡總擴大補助總額努力投入水準 E^A ，會因

為區域居民人數差異參數 s 的提高而增加。產生上述結果背後的經濟理由，乃是在分配規則參數 α 固定的情況下，區域居民人數差異參數 s 的提高，一方面會弱化人數較多的 X 區域居民坐享其成 (free-riding) 的心態，因而提高 X 區域居民投入擴大補助總額競租活動的誘因，另一方面則是會增強人數較少的 Y 區域居民坐享其成 (free-riding) 的心態，從而降低 Y 區域居民投入擴大補助總額競租活動的誘因。再者由於兩個區域的人口差異程度擴大時，會讓 X 區域居民擴大補助總額投入水準 $n \cdot x^A$ 提高的程度，超過讓 Y 區域居民擴大補助總額投入水準 $m \cdot y^A$ 下降的程度，因此使得均衡總擴大補助總額努力投入水準 E^A ，在 $n > m$ 的情況下，會因為區域居民人數差異參數 s 的提高而增加。

其次為能進行兩個區域的人口差異程度擴大，對於總區域間經費競爭努力投入水準 E^B 的影響效果分析，我們將 (33) 式中的均衡總區域間經費競爭努力投入水準 E^B 對區域居民人數差異參數 s 偏微分以求得下列偏導數：

$$\begin{aligned} \frac{\partial E^B}{\partial s} &= \frac{\beta \cdot (1-\alpha)}{2} \cdot \left\{ \frac{a}{1-a} \cdot \left[\frac{2 \cdot (s+1)}{\beta \cdot a \cdot [(s+1) + \alpha \cdot (s-1)]} \right]^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} \cdot \frac{2}{\beta \cdot a} \right. \\ &\quad \cdot \left[\frac{2 \cdot \alpha}{[(s+1) + \alpha \cdot (s-1)]^2} \right] - \frac{a}{(1-a)} \cdot \left[\frac{2 \cdot (s+1)}{\beta \cdot a \cdot [(s+1) + \alpha \cdot (1-s)]} \right]^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} \\ &\quad \cdot \left. \frac{2}{\beta \cdot a} \cdot \left[\frac{2 \cdot \alpha}{[(s+1) + \alpha \cdot (1-s)]^2} \right] \right\} \\ &= \frac{\beta(1-\alpha)}{\beta \cdot a} \cdot \frac{a}{(1-a)} \cdot 2 \cdot \alpha \cdot \left[\frac{2 \cdot (s+1)}{\beta \cdot a} \right]^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} \\ &\quad \cdot \left\{ [(s+1) + \alpha \cdot (s-1)]^{\left(\frac{2-a-1}{1-a}\right)} - [(s+1) + \alpha \cdot (1-s)]^{\left(\frac{2-a-1}{1-a}\right)} \right\} \circ \quad (36) \end{aligned}$$

上述 (36) 式的符號，將取決於擴大補助總額努力投入影響效果參數 a 的大小。詳言之，當 $a > 1/2$ 時， $\partial E^B / \partial s$ 的符號為正，此時兩個區域的人口差異程度擴大，將使總區域間經費競爭努力投入水準 E^B 提高。反之當 $a < 1/2$ 時， $\partial E^B / \partial s$ 的符號為負，此時兩個區域的人口差

異程度擴大，將會讓總區域間經費競爭努力投入水準 E^B 因此下降。若進一步探討上述發現的成因，是因為在 $a > 1/2$ 的情況下，兩個區域的人口差異程度擴大，讓 X 區域居民擴大補助總額投入水準 $n \cdot x^A$ 提高而使得上級政府補助經費總額 V 因此增加的程度，將會超過讓 Y 區域居民擴大補助總額投入水準 $m \cdot y^A$ 下降而使得上級政府補助經費總額 V 因此減少的程度。使總區域間經費競爭努力投入水準 E^B ，在此一情況下，因為上級政府補助經費總額 V 的增加而提高。另一方面，當 $a < 1/2$ 時，兩個區域的人口差異程度擴大，讓 X 區域居民擴大補助總額投入水準 $n \cdot x^A$ 提高而使得上級政府補助經費總額 V 因此增加的程度，將不及讓 Y 區域居民擴大補助總額投入水準 $m \cdot y^A$ 下降而使得上級政府補助經費總額 V 因此減少的程度，使總區域間經費競爭努力投入水準 E^B ，在此一情況下，因為上級政府補助經費總額 V 的減少而下降。

最後，讓我們分析兩個區域的人口差異程度擴大對於均衡整體競租努力投入水準 E 的影響，為此我們將 (34) 式中的均衡整體競租努力投入水準 E 對區域居民人數差異參數 s 偏微分得出：

$$\frac{\partial E}{\partial s} = \frac{\partial E^A}{\partial s} + \frac{\partial E^B}{\partial s} \quad (37)$$

根據本小節先前的分析可知，(37) 式當中等號右側的第一項符號為正，而第二項之符號可能為正也可能為負，需視擴大補助總額努力投入影響效果參數 a 是否大於 $1/2$ 而定。這表示當 $a > 1/2$ 時，我們可以確定均衡整體競租努力投入水準 E 會隨兩個區域的人口差異程度擴大而提高。至於當 $a < 1/2$ 時，由於兩個區域的人口差異程度擴大，雖然會讓總擴大補助總額努力投入水準 E^A 提高，然而卻是會使總區域間經費競爭努力投入水準 E^B 下降，導致我們無法確定兩個區域的人口差異程度擴大，對於均衡整體競租努力投入水準 E 的影響是增是減。

在結束本小節的分析前，透過下列命題 5，彙整本小節關於區域居民人數差異程度對於二維度競租活動影響之比較靜態分析結果：

[命題 5] 在本文所建構的二維度經費競租分析架構下，當經費分配規則參數 α 固定時：

- (1) 兩個區域的人口差異程度擴大，一方面會讓人數較多的區域居民增加其擴大補助總額努力投入水準，同時也會使人數較少的區域居民減少其擴大補助總額努力投入水準。並且均衡總擴大補助總額努力投入水準 E^A 將因此提高。
- (2) 當 $a > 1/2$ 時，兩個區域的人口差異程度擴大，將使總區域間經費競爭努力投入水準 E^B 提高。反之當 $a < 1/2$ 時，兩個區域的人口差異程度擴大，則是會讓總區域間經費競爭努力投入水準 E^B 下降。
- (3) 當 $a > 1/2$ 時，兩個區域的人口差異程度擴大，將使均衡整體競租努力投入水準 E 提高。當 $a < 1/2$ 時，兩個區域的人口差異程度擴大對於均衡整體競租努力投入水準 E 的影響效果則是無法確定。

值得注意的是，不同於 Katz et al. (1990) 的公共財競租分析關於競租活動不受地區居民人數以及地區人數分配狀況影響的結論。本小節的討論發現，在本文上級政府補助經費總額為內生決定的二維度經費競租分析架構下，兩個區域的人口差異程度，將會是影響二維度競租活動的重要因素。這主要是因為在本文二維度經費競租分析架構下，上級政府補助經費總額將會是由模型內生決定。因此當兩個區域的人口差異程度擴大時，將會透過弱化人數較多區域居民的坐享其成 (free-riding) 心態，以及增強人數較少的區域居民的坐享其成 (free-riding) 心態，來影響二維度競租活動。

4. 結論

本文以 Katz et al. (1990) 的純地方公共財補助經費競租分析架構為基礎，結合 Faria et al. (2014) 二維度競租投入模型的設定方式，建立一個二維度區域間經費競租分析模型。利用我們所建立的理論模型，探討上級政府的經費分配規則以及區域居民人數差異，對於二維度競租活動的影響效果，以供作為未來制定經費分配規則的參考依據。

本文分析結果發現，在兩個區域的居民人數相同的情況下，分配規則參數值的變動，不會對均衡總擴大補助總額努力投入水準產生任何影響，同時均衡總區域間經費競租努力投入水準以及均衡整體競租努力投入水準，將會隨著中央政府提高其經費依據區域之人數比例來分配的比重而下降。因此當兩個區域的居民人數相同時，為了減低非生產性競租活動所引發的社會浪費，經費的分配宜儘可能依據一定的標準，並降低分配者自由裁量的空間。

另一方面，當兩個區域的居民人數不同時，經費分配規則參數值的提高，將會使得均衡總擴大補助總額努力投入水準因此提高，又經費分配規則參數值的提高，究竟會對均衡總區域間經費競租努力投入水準以及整體競租努力投入水準產生怎樣的影響效果，則是需視情況而定。此外，在兩個區域的居民人數不同的情況下，當擴大補助總額努力投入影響效果參數值，大到足以讓本文所提出的必要條件成立下，經費分配規則參數值的提高，將有可能會讓均衡總區域間經費競租努力投入水準以及整體競租努力投入水準因此增加。

在區域居民人數差異程度對於二維度競租活動的影響方面，當經費分配規則固定時，兩個區域的人口差異程度擴大，會使均衡總擴大補助總額努力投入水準提高。至於兩個區域的人口差異程度擴大，對均衡總區域間經費競租努力投入水準以及整體競租努力投入

水準的影響效果如何，需視擴大補助總額努力投入影響效果之大小方能確定。

值得注意的是，本文關於經費分配規則參數值的提高，在某些情況下，將有可能會使得均衡整體競租努力投入水準增加的分析發現，與經費依據一定標準（包括區域人口比例）來分配的比重越高，將會降低競租浪費的經濟直觀有所差別。這代表著當區域的居民人數不同時，提高依據一定標準進行經費分配的比重，不必然可以降低競租活動所引發的社會浪費。此外，不同於 Katz et al. (1990) 的公共財競租分析關於競租活動不受地區居民人數以及地區人數分配狀況影響的結論，在本文上級政府補助經費總額為內生決定的二維度經費競租分析架構下，分析結果顯示：兩個區域的人口差異程度，將會是影響二維度競租活動的重要因素。

參考文獻

- 翁仁甫、吳亭儀 Ueng, Zen-Fu and Ting-I Wu (2017), 「集團間競租模型中集團內分租規則對競租活動之影響」“The Impact of Sharing Rule on Rent-Seeking Activities under the Two-Stage Between-Group Rent-Seeking Model”, *社會科學論叢 Review of Social Sciences*, 11:1, 1-24. (in Chinese with English abstract)
- 翁仁甫、黃梓涵 Ueng, Zen-Fu and Tzu-Han Huang (2018), 「管轄區外溢性對二維度區域間經費競租活動的影響」“The Impact of Jurisdictional Spillover Effects on Two-Dimensional Rent-Seeking Activities”, *社會科學論叢 Review of Social Sciences*, 12:2, 43-70. (in Chinese with English abstract)
- Baik, K. H. and S. Lee (1997), “Collective Rent Seeking with Endogenous Group Sizes,” *European Journal of Political Economy*, 13:1, 121-130.
- Baik, K. H. and J. F. Shogren (1995), “Competitive-Share Group Formation in Rent-Seeking Contests,” *Public Choice*, 83:1-2, 113-126.
- Davis, D. D. and R. J. Reilly (1999), “Rent-Seeking with Non-Identical Sharing Rules: An Equilibrium Rescued,” *Public Choice*, 100:1-2, 31-38.
- Faria, J. R., F. J. Mixon, S. B. Caudill, and S. J. Wineke (2014), “Two-Dimensional Effort in Patent-Race Games and Rent-Seeking Contests: The Case of Telephony,” *Games*, 5:2, 116-126.
- Katz, E., S. Nitzan, and J. Rosenberg (1990), “Rent-Seeking for Pure Public Goods,” *Public Choice*, 65:1, 49-60.
- Katz, E. and J. Tokatlidu (1996), “Group Competition for Rents,” *European Journal of Political Economy*, 12:4, 599-607.
- Lee, S. (1995), “Endogenous Sharing Rules in Collective-Group Rent-Seeking,” *Public Choice*, 85:1-2, 31-44.

- Nitzan S. (1991a), "Collective Rent Dissipation," *The Economic Journal*, 101:409, 1522-1534.
- Nitzan S. (1991b), "Rent-Seeking with Non-Identical Sharing Rules," *Public Choice*, 71:1-2, 43-55.
- Nitzan S. and K. Ueda (2009), "Collective Contests for Commons and Club Goods," *Journal of Public Economics*, 93:1-2, 48-55.
- Nitzan S. and K. Ueda (2011), "Prize Sharing in Collective Contests," *European Economic Review*, 55:5, 678-687.
- Nupia, O. (2013), "Rent Seeking for Pure Public Goods: Wealth and Group's Size Heterogeneity," *Economics and Politics*, 25:3, 496-514.
- Riaz, K., J. F. Shogren, and S. R. Johnson (1995), "A General Model of Rent Seeking for Public Goods," *Public Choice*, 82:3-4, 243-259.
- Tullock, G. (1967), "The Welfare Costs of Tariffs, Monopolies and Theft," *Western Economic Journal*, 5:3, 224-232.
- Tullock, G. (1980), "Efficient Rent Seeking," in *Toward a Theory of The Rent-Seeking Society*, ed., J. M. Buchanan, R. D. Tollison, and G. Tullock, 97-112, College Station, Texas: Texas A and M University Press.
- Ueda, K. (2002), "Oligopolization in Collective Rents-Seeking," *Social Choice and Welfare*, 19:3, 613-626.

The Influence of Sharing Rule on Two-Dimensional Rent-Seeking Activities

Chia-Chun Chuang and Zen-Fu Ueng*

Abstract

Referring to the rent-seeking model for public goods proposed by Katz et al. (1990) and the two-dimensional rent-seeking model in Faria et al. (2014), we construct a new model that is two-dimensional, regional-based rent-seeking for funds. Using this model, we investigate the impact of the sharing rule of funds on two-dimensional, rent-seeking activities. Different from intuition that believes increasing those funds allocated according to a specific standard will decrease social rent-seeking effort, our finding shows that when the number of residents in two regions is different, the central government raises the proportion of its funds allocated according to the number of residents in those two regions, which may increase overall social, rent-seeking effort. In addition, different from traditional studies on public goods' rent-seeking that note the population and population distribution do not affect rent-seeking waste, our finding illustrates that regional population differences do affect two-dimensional, rent-seeking activities.

Keywords: Sharing Rule, Two-Dimensional Rent-seeking

JEL Classification: D62, D72, H41

* Corresponding author: Zen-Fu Ueng, Professor in the Department of Public Finance, National Taipei University, No. 151, University Rd., Sanxia Dist., New Taipei City 237303, Taiwan, R.O.C., Tel.: 886-2-86741111 ext. 67397, E-mail: zfueng@mail.ntpu.edu.tw. Chia-Chun Chuang, Master's Degree Student, Department of Public Finance, National Taipei University, No. 151, University Rd., Sanxia Dist., New Taipei City 237303, Taiwan, R.O.C., Tel.: 886-2-86741111 ext. 67384, E-mail: johnnychuang83@gmail.com.