研究論文　　第 22 卷第 2 期，67-94，2009 年 12 月

國小數學教科書代數教材之內容分析：台灣與香港之比較

徐偉民、徐于婷*

本研究旨在探討台灣和香港國小數學科教科書，在代數教材上呈現的異同。研究對象為台灣九年一貫課程康軒版數學、香港廿一世紀現代數學教科書。本研究採用內容分析法，依研究者自訂之內容分析類目，來分析代數教材的主要概念分布情形，進而探討兩地代數教材所呈現的特色。研究發現，在代數整體目標方面，兩地教材目標都強調代數的基本概念的建立和未知數符號的認識與應用；在代數概念呈現方面，台灣以螺旋式呈現，同一概念在不同年級反覆出現，而香港採用主題式獨立呈現，代數概念在不同年級分開呈現。從教材內的布題來看，兩地代數布題比例最高的是「關係式和方程式」，其次是「代數基本概念」，但是「未知數的進階表徵」這部分台灣所佔的比例很低，香港則完全放在增潤單元中。

關鍵詞：內容分析法、代數教材、國小數學教科書

* 徐偉民：屏東教育大學數理教育研究所助理教授
徐于婷：屏東縣新庄國小教師
Ben8535@mail.npue.edu.tw

Journal of Educational Practice and Research
Research Article *Vol. 22, No. 2, 67-94, Dec. 2009*

The Content Analysis of Algebra Material in the Elementary Mathematic Textbooks of Taiwan and Hong Kong

Wei-Min Hsu & Yu-Ting Hsu*

This study was to explore how algebra materials were presented in the elementary mathematics textbooks in Taiwan and Hongkong. Kang-Hsuan version of mathematics textbook for 9 year compulsory education in Taiwan, and 21 century modern version in Hongkong were analyzed through content analysis. Analytic categories were designed to analyze the distribution arrangement of algebraic concepts between the two versions of math textbooks. This study found that although algebra contents are presented differently between the two versions, the overall teaching goals of the algebra content are similar: both emphasized the concepts of "building basic algebra concepts", and "understand and apply symbols of unknown quantity". There was a different arrangement of algebra concepts: Taiwan adopted a spiral method and integrated with number as a unit, whereas Hong Kong adopted a thematic method and presented independent unit of algebra. The presentation and arrangement of algebra concepts were mostly consistent with the teaching goals set by the two countries. According to statistical results of category counting, "relation and equation", and "basic algebra concepts" algebra contents occurs most often in both versions of the elementary mathematic textbooks.

Keywords: ***content analysis method, algebraic material, elementary mathematics textbook***

* Wei-Min Hsu: Assistant Professor, Graduate Institute of Mathematics and Science Education, National Pingtung University of Education
Yu-Ting Hsu: Teacher, Sin-Jhuang Elementary School, Pingtung County

國小數學教科書代數教材之內容分析：台灣與香港之比較

徐偉民、徐于婷

壹、緒論

一、研究動機與目的

教科書是中小學教室生活中最重要的一部份，不僅提供教學內容、教學順序和實施的架構（Nicol & Crespo, 2006），也是影響教師數學教學的最主要因素（Lloyd, 2008），更是影響學生數學學習結果的關鍵。Grouws、Smith 和 Sztajn（2004）的研究發現，有超過 2/3 的 4-8 年級的教師，數學課讓學生學習教科書內的數學問題；1999 年 TIMSS 的教學影片研究中也發現，有 98%的數學課都是以使用教科書爲主（Stein, Remillard, & Smith, 2007）。Tarr 等人（2008）指出，雖然教師在進行數學教學時，受到了自己的信念、知識、和學生等因素的影響，但教科書仍是影響教師教學的關鍵因素之一；Stein 等人（2007）發現美國兩種主要版本的數學教科書，在教材內容呈現的順序和方法、不同元素平衡的比例、和教材組織的形式三方面都有很大的差異。教科書內容組織與呈現的差異，將會影響學生的數學表現。上述的研究結果，可以瞭解到數學教科書對於學生數學學習的重要和影響。

而近十年來，台灣中小學的數學課程，歷經了數次的改革，從學科本位、學生本位到能力本位的發展歷程（鍾靜，2005）。從強調知識的獲得、知識建構、轉向強調能力培養。這主要是受到數學教育改革潮流的影響，從過去重視數學知識結構、基本計算技巧與例行性問題的練習，轉向強調學生主動建構數學知識的觀點（Becker & Selter, 1996；Anderson, 2003），以及主張在高科技和變化快速的社會中，學生除了具備基本的知識和技巧外，還要培養多元的觀點、人際溝通和團隊合作等能力（Lott & Souhrada, 2000）。對於數學教育目標和觀點的改變，會直接反應在數學課程的編寫和

呈現上。而海峽對岸的香港也受到數學教育改革潮流的影響，在 1997 年成立課程專責委員會來全面檢討香港課程（Lam, 2008）。在語言和文化相近且國際測驗表現均屬突出的兩地，都受到數學教育改革潮流的影響，進行課程全面的檢視和修改，其數學課程改革的方向一致嗎？數學教科書內容呈現的方式有何異同？這些都值得進一步探討與瞭解。

在數學學習的範疇中，代數相對於數與量、幾何和統計來說，對學生而言是比較抽象的。過去相關研究指出學生學習代數時出現的錯誤類型包括了：(1)不了解文字符號的意義和不知如何處理文字符號（Kieran, 1992；Sfard, 1995）；(2)代數規則運算錯誤，如同類項不會合併、沒有等量公理的概念（謝孟珊，2000；謝和秀，2001）；(3)應用問題無法用文字符號列式（施東吉，2005；羅榮福，2003）等。美國近年來也進行代數教學的改革，除了強調 'Aglbra for all' 的概念，更主張從生活經驗和實際操作中讓學生學習代數的概念（Raymond & Leinenbach, 2000）。此外，這些數學解題的方式中，代數是一門很重要且有效能的工具，因爲代數的符號、方法、與系統正是探討這些規律、表徵這些規律、爲這些規律建立模式的語言與工具。雖然國小階段代數的比重並不高，但是卻是未來進階數學學習的基礎。美國數學教師協會（National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM]）（2000）也指出代數符號及其運算是歷史上傑出的數學成就之一，也是數學學習和研究的關鍵。無論從學生學習的表現、代數教學的改革、或是代數本身的性質與重要性來看，都可以瞭解到代數學習的重要。因此，本研究決定針對代數教材進行台灣和香港國小數學教科書的分析，達成以下兩個目的：

（1）分析和比較台灣與香港國小數學教科書中，代數教材整體目標之異同。

（2）分析和比較台灣和香港國小數學教科書中，代數教材內容呈現的異同。

貳、文獻探討

一、台灣和香港的數學課程

（一）數學課程的整體目標

台灣九年一貫的數學課程，課程設計以學生爲主體，以生活經驗爲重心，培養現

代國民所需的基本能力。同時，除了希望學生能掌握數、量、形的概念與關係外，更希望培養學生的數學素養、發展解決問題、表達與理性溝通、批判分析、以及欣賞數學的能力，以成爲未來世界的公民（教育部，2003）。爲了強調統整的概念與帶著走的能力，九年一貫數學領域將學習主題分爲：數與量、幾何、代數、統計與機率、連結五大範疇，並將國中小的學習歷程分爲四個階段：第一階段爲一至三年級，第二階段爲四、五年級，第三階段爲六、七年級，第四階段爲八、九年級。

香港在 1997 年成立課程專責委員會來全面檢討香港課程，明訂出數學新課程設計的方向和原則，應以學生爲中心，發展學生探究、推理、解題和溝通的能力，建立數學學習的信心與正向態度，並能欣賞數學之美與瞭解數學與文化的關係（Lam, 2008）。意即，香港小學數學教學的目標在於引起學生對數學學習的興趣；誘導學生理解及掌握數學的基本概念和計算技巧；發展學生的思維、傳意、解難及創造能力；建立學生的數字感和空間感；培養數和圖形的規律及結構的欣賞能力等（香港教育署，1999）。香港數學課程分成三個學段來規劃，依次是一至三、四至六、七至九年級，內容包括了數、圖形與空間、度量、數據處理、代數等五個學習範疇（香港課程發展議會，2000）。

（二）代數課程的目標

台灣代數課程目標以條列式的內容，分階段呈現應達成的能力。第一階段目標強調在具體情境和操作中，認識代數的基本概念，包括遞移律、交換律和互逆關係，並以算式填充題的形式和名稱，介紹初步方程式的概念；第二階段著重在代數初步表徵，以代數符號列出單步驟的方程式和常用的公式；第三階段則強調代數符號的進階應用，包括以代數符號表示未知數和變數、熟練一元一次方程式和不等式等（教育部，2003）。台灣國小代數教材目標從具體情境中認識代數的基本概念著手，逐漸到關係式和方程式的列式、解題、進階應用，在目標上呈現出代數概念學習的層次性。

香港代數課程目標在第一學段中，並不包含代數範疇的學習，因此並無代數學習的目標。而第二學段學習重點包括了：利用符號代表數；利用符號傳遞簡單的數學知識及關係；以及建立與解決簡易問題，並檢查所得結果的合理性。從香港代數教材的目標來看，可以瞭解香港代數學習的焦點在於代數的初步認識，以及簡易方程式的列式和解題（香港課程發展議會，2000）。

從台灣和香港數學課程的整體目標來看，除了強調數學概念和技巧的學習外，也

注重溝通、推理、探究等數學能力的培養，並強調數學欣賞等情意方面的發展。同時，均採用分階段的方式，來規劃不同階段的數學學習目標和內容。從整體目標來看，兩國有很高的一致性；而在代數課程的目標上，雖然都重視方程式和關係式的應用，但是台灣的代數目標的呈現有層次且詳細，從代數基本概念，到代數表徵的初步和進階應用，敘述很完整。反觀香港的代數目標敘述簡略，不但在第一學段並沒有代數範疇的學習，第二學段的目標也僅也完全未提及如互逆關係、交換律等代數基本概念，因此無法從目標中看出香港代數教材的層次性。

二、代數概念的特徵和相關研究

在代數學習的範疇上，NCTM（2000）將國中小代數分成三個階段（幼稚園到二年級、三至五年級、六至八年級），來學習「了解式子、關係和方程式」、「使用代數的符號來呈現和分析數學情境和架構」、「使用數學模組來呈現和了解量性關係」、「分析各種前後關係的改變」等四大主題。在這四個主題中，包含了代數的基本概念（如察覺規律、交換律等）、關係式和方程式（如以代數符號呈現情境）、以及代數符號的進階應用（如以數學模組呈現量性關係）等。

在代數概念的特徵上，Usiskin（1997）認爲在幼稚園到小學四年級階段的代數是一種語言，且包含有五項特徵：未知數。不管是用底線或是用正方形、問號、字母 X，都可以用來表徵這個文字中的未知數；公式。有一個式子 A＝LW，如果教師問：「L 應該是甚麼數字才可以讓這個敘述成真」，這是代數的敘述方式，如果教師問：「答案是甚麼？」這屬於算術的問法；一般式。代數可將冗長的文字描述轉換成簡短的一般式。例如：「一個數加上 0，答案就是那個數；一個數加上自己，答案就是那個數的兩倍」，也可以用簡短的代數式來呈現：0＋n＝n 和 t＋t＝2t；位置。例如：第一個位置擺 X，第二個位置擺 Y，第三個位置是 X－Y。那麼，不管 X 和 Y 是甚麼數字，解題時不會因爲數字不同而需改變作法，運算的過程也不會因爲數字不同而有所不同；等價關係。例如 B＝M＋2、B－M＝2、M＝B－2，這三種算式都是等價關係，等號的對稱與遞移關係在代數中是非常重要的。

Pimm（1995）認爲代數是一門關於「形式」（form）與「變換」（transformation）的學問，基本上含有動態的（dynamic）、運算的（oprating on）或者說是變換的型態，並且具有等量的性質。代數和算術的本質不同，算術中數字本身代表的是一種「數量」的概念，但是在代數中的數字，則是代表一種「可代入式子中運算的動態物件」，在

代數中的數字所隱含的意念，已經超越了數字本身的數量意義。另外，等號在代數中的意義也與算術不同。在算術中，我們往往將式子中的等號當作是一種得到答案的「過程」，並非數量相等的概念。例如：4＋5＝（ ），小學生的解讀是：4 個蘋果再加上 5 顆蘋果，「最後會得到」幾顆蘋果，學生可以憑藉他們過去的學習經驗或是腦袋中浮現實物，來得到答案爲 9；但是在代數中的等號所代表的就是兩邊數量相等的概念，不管應該代入的數字爲何，代數式應該都可以成立。例如：n＋n＝2n，不管 n 代表任何數字，這個代數式都是成立的。又例如：4＋（ ）＝9，學生可以憑藉過去的學習經驗或是腦中浮現實物，來得到答案爲 5；但是若是以代數的解題方法來看，應該是運用等量公理，將等號兩邊各減 4，來得到答案 5。由以上的例子可知代數和算術有不同的本質和意義。

代數概念的抽象性和多重特徵，使得學生在學習代數時發生了許多的困難和迷思概念。Kieran（1992）的研究指出，在國小階段，有兩個會阻礙學生學習的狀況，就是「等號的使用」與「未知數概念」。當孩子碰到 4＋□＝9 的問題時，孩子會憑直覺，但是，式子中的未知數變成兩個或更多個的時候，如果不了解等號及等量公理的用法，就會導致學生對代數的學習困難；Sfard（1995）也指出學生在解代數問題時，不了解文字符號的意義，同時也不知如何處理文字符號；謝孟珊（2000）發現學生在解代數的方程式時，會因爲同類項不會合併、沒有等量公理概念等因素而錯誤地使用運算的規則；羅榮福（2003）也發現學生在應用問題時，無法順利的轉譯，以文字符號列出正確的關係式，因此無法正確解題。這些研究都指出學生在代數的基本概念、關係式和方程式、以及代數符號進階的應用上都出現迷思概念，顯示代數學習的困難。因此，有必要針對學習主要來源的教科書，來進行分析和比較，以作爲未來教科書編輯和學生學習的參考。

三、數學教科書相關的研究與重要性

在 1970、80 年代，數學課程和學生數學學習之間的關係不是當時學者所探究的焦點。後來受到 “No Child Left Behind, NCLB” 政策的提出，以及 NCTM（1989）出版的《Curriculum and evaluation standards for school mathematics》一書的影響，使得學界開始重視數學課程與學生數學學習結果之間關係的研究，以檢驗所提出的課程計畫或發展課程的有效性（Stein, Remillard, & Smith, 2007）。在台灣，數學課程的研究也開始在起步的階段，許多人從教科書的議題切入，採用內容分析的方法，來進行教科

書內容的比較分析，包括進行國內不同版本或與台灣與其他國家教科書的比較（吳麗玲，2006；林美如、徐偉民，2007；莊月嬌、張英傑，2006；廖婉琦，2004）；在國外，Stein 等人（2007）回顧過去教科書內容本位的相關研究時，發現美國兩種主要版本的教科書，在內容的呈現上，有明顯的差異存在。教科書內容呈現的差異不僅會影響教師的教學實施，更會影響學生的學習結果（Tarr et al., 2008）。這就是爲什麼教科書相關研究受到重視的主要原因。

再以近年來大型國際測驗的舉辦和結果的情況來看（如 TIMSS、PISA），各國愈來愈重視學生在數學方面的表現。測驗的結果一方面反映了各國數學教育實施的成效，另一方面也反映了各國學生所具備的數學知識、能力和態度，而課程和教學正是影響學生數學學習表現的主要的因素。因此，本研究針對課程的面向，採用內容分析法，以台灣和香港的數學教科書爲對象，針對抽象性較高的代數教材內容，進行分析和比較。希望從分析和比較中，來瞭解自己數學課程的特色與不足之處，作爲教材編寫或教學實施的建議，以提升台灣學生未來的競爭力。

參、研究方法

一、研究方法

本研究採用內容分析法（content analysis）。王文科（2002）指出內容分析亦稱資訊分析或文獻分析。在許多研究領域中，常需要透過文獻的分析或文件資料的彙整而獲得完整的資訊。因此，內容分析法便常應用於文件分析的研究中。

早期的內容分析法是對文件資料的內容作客觀而有系統的量化，但此定義在今日已經顯得範圍過於狹窄，因此歐用生（1994）認爲內容分析法爲透過量化的技巧以及質的分析，採客觀與系統的態度，進行文件內容的研究及分析，藉以推論產生該文件內容之環境背景和意義的一種研究方法。本研究先採用定量分析的方式加以統計，以瞭解台灣和香港在代數教材涵蓋目標上的差異；再以質性分析方式，探討兩國代數教材內容呈現方式的差異。

二、分析單位與類目

歐用生（1994）指出，內容分析的單位最常使用的有：字、主題、人物、項目、時間與空間單位、課、章、段、詞、句、頁等，研究者依照其研究目的而設定各種分析單位。分析單位的形成可分爲兩種形式：一爲依據理論或過去研究結果發展而成，一爲研究者自行視需要與內容分析對象的性質而定。

本研究的數學教科書沒有章、節的分類；而單元、課包含的概念很多，也不宜作概念之分析；段有長有短，每段落包含的概念數量不一，不宜作爲量化的標準；以詞、句、字爲分析單位時，常因數量過多，費時費力，對大量資料之分析，易於斷章取義，趨於瑣碎。因此，本研究的分析單位採用「布題」爲單位，將課本內的布題依據分析類目表進行分類計數。計次時，分析範圍以教科書爲主，習作、前言、目次、編輯要旨、教學指引等不列入計數範圍。

王文科（2002）指出，類別與研究目標有關，資料如被劃歸在某一類別，就不能同時劃入另一類別，因此各個類別是力求周延、互斥與獨立的。本研究之分析類目主要參考美國 NCTM（2000）對於中小學代數學習的範疇，以及 Usiskin（1997）和 Pimm（1995）對於代數概念的特徵，以及國內相關研究者指出代數學習的困難等，都指向小學代數的學習包括基本概念、列式和關係式、以及代數符號的進階應用三部分。其中關係式與方程式中的未知數符號僅代表該題目「要得到的答案」的一種代表符號而已；而代數符號除了扮演「暫時替代答案」的角色外，更應該含有「規律性」與「可預測性」。用文字符號來代表未知數，除扮演解答的角色外，更重要的是隱含在算式底下的「關係」及「模式」，這才是代數的意義與本質之所在。因此在分類時，將這份部份的範疇獨立出來成爲一個主類目，就是「未知數符號的進階表徵」。因此未知數的進階表徵中的未知數符號則是可以有兩種以上答案套入算式中可成立的規律性與延伸性性質。文獻中所指出代數學習的三個部分，則成爲本研究所自行發展的「小學代數教材內容分析類目表」，分析類目表之主、次類目說明如表 1。

表1 小學代數教材內容分析類目表

主類目	次類目
代數基本概念（代號：A）	1.察覺規律
	2.認識等量公理
	3.交換律
	4.結合律
	5.分配律
關係式與方程式（代號：B）	1.認識關係式與方程式
	2.初步代數表徵：文字轉換成符號的一步驟問題的解題
	3.進階的代數表徵：文字轉換成符號的兩步驟（或以上）的問題
未知數符號的進階表徵（代號：C）	1.代數式表徵：算式轉換成代數式的問題的列式
	2.代數式表徵：公式、規律與預測

三、研究對象

（一）台灣康軒數學

台灣的教育部（2003）公佈「九年一貫數學學習領域課程綱要」，並於 94 學年度起從一年級開始逐年實施新教材，至民國 96 學年度為止，只於國小一到三年級實施，預計完全在國小一至六年級實施還要 3 年時間。礙於現實的限制，因此本研究無法完全採用依據 92 正式綱要所編寫的一至六年級教科書進行分析，而採取折衷方式，採用以 96 學年度第 1 學期市占率最高的康軒數學（36.8 %，引自康軒教育網，2007）為對象，共計 12 冊。其中一到三年級共 6 冊，採用九二正綱編寫的課本，四到六年級共 6 冊，採用八九暫綱編寫的課本。但代數的能力指標統一採用九二正綱的版本。在 12 冊的教科書中，代數教材共計有 22 個單元，140 個布題，全部可以歸類至本研究自行發展的分析類目表中。

（二）香港二十一世紀現代數學

香港二十一世紀現代數學是根據 2002 年數學課程指引編寫而成。近年來香港教

統局鼓勵學校發展「校本課程」，配合學生的程度與其他參考書籍，來發展學校的「自我課程」，以擺脫過去依循教科書單一內容的情況（梁興強，2008）。雖然如此，教科書市場的競爭依然激烈，不僅版本多且生命期短（陸國燊，2002）。在小學教科書市場中，學校可選擇的版本平均有九個版本可選擇，並無獨大的出版商。香港教統局將教科書推薦書目表列於網站上，研究者採隨機抽樣方式，選擇二十一世紀現代數學為研究對象，於 2002 年出版之一到六年級課本，每個學期皆有 AB 兩本，六個年級共 24 本（香港一般一學年有四冊數學課本，上下學期各兩冊，六學年共 24 冊）（陳中行，2004）。在 24 本教科書中，代數教材共有 16 個單元，113 個布題數，全部可以歸類至本研究自行發展的分析類目表中。

四、信度分析的過程與結果

歐用生（1994）認為信度直接影響內容分析之結果，至少要有兩個編碼員，以獨立自主的立場，共同分析資料。不同編碼員一致性愈高，內容分析的信度也愈高；一致性愈低，內容分析的信度也愈低。因此本研究以「相互同意度」進行信度檢定，邀請二位評分員，兩位均為現職國中小教師，且目前在師資培育大學的應用數學系碩士班就讀，連同研究者三人，進行「評分員的一致性」的信度檢定。本研究信度分析的過程和步驟如下：

1. 選取樣本：因為五六年級的代數單元較多，所以分別用康軒版第十一冊（五上）、廿一世紀現代數學五上A、B兩冊，來做為抽樣分析的樣本。

2. 說明：將分析類目表及其定義分發給評分員閱讀，說明歸類的方式及原則，並針對類目表中的問題加以釐清，並對分析類目表作討論與再修正。

3. 歸類：兩位評分員與研究者針對類目表的問題溝通後，由兩位評分員與研究者，獨立將該冊之布題進行類目的歸類。

4. 信度計算：將歸類之結果利用公式進行信度的計算，其公式如下（歐用生，1994），而信度計算的結果如表 2。

（1）互相同意值（*pi*）

$$pi = \frac{2M}{N1 + N2}$$

【*M*：表示兩人共同同意項目數】

【*N1, N2*：每位評分員評定的項目數】

（2）平均互相同意值（p）

$$p=\frac{\sum_{i=1}^{n} pi}{N}$$

【N：表示評分者兩兩相互比較的總次數】

（3）信度（r）

$$r=\frac{np}{1+[(n-1)p]}$$

【n：評分員總人數】

表2 教材布題內容信度結果

評分員	甲	乙
乙	0.94	
研究者	0.96	0.89
平均相互同意值 p=0.93，信度 r=0.97		

五、效度考驗的過程和步驟

本研究考驗效度的過程如下：

（1）理論依據：本研究參考 NCTM（2000）對於代數學習的範疇、Usiskin（1997）和 Pimm（1995）對於代數概念的特徵、以及國內相關研究的結果，才發展出小學幾何教材內容分析類目。意即本研究所發展的分析類目，具有代數學習和概念分析文獻的支持。

（2）為使內容分析的類目完備周全並符合研究的需求，研究者先對代數能力指標及布題作初步分析，一再修正分析類目表直到能將大部分能力指標和布題納入類目表後（至少八成以上），再與另兩名評分員做布題歸類與分析，並抽取台灣康軒版和香港二十一世紀數學第十冊試作初步分析。

（3）初步分析後，研究者將分析過程中遇到的判斷和歸類問題，與評分員討論分析類目表的內容並進行細部調整，使每個布題都能明確地歸類到所屬的類目中，而形成最後進行正式分析的類目。

根據上述過程，本研究分析類目之形成，有充足的理論依據，先參考代數相關的

理論和概念分類的文獻，取得「理論型效度」，再經具有數學教育專長的大學教授檢驗修訂，以建立「專家效度」。由於代數理論不像幾何有重大理論爲依據，在一開始做類目分析表時曾經碰到許多困難，若是單一以美國 NCTM 或是 Usiskin 的理論爲分類項依據，則有一些分類項無法呈現，因此教授建議融合各家理論，以可包含之最大範圍爲分類項擬訂之依據。希望透過理論和專家的修訂和檢視，使本研究發展的分析類目更切合本研究的需要。

六、資料分析與處理

在資料處理方面，本研究以「布題」爲計數單位，並根據自行發展的分析類目，將每個布題分類並登錄於其隸屬的類目中。每個布題只登錄在一個次類目中，因爲王文科（2002）指出，分析的類目應該是彼此獨立且互斥的，因此任一活動如被劃歸在某一類目，就不能同時劃入另一類目中。如果布題呈現兩個以上之次類目，則以該布題主要呈現的類目來計次。例如以康軒版第九冊第五單元「數列和圖形序列」爲例，此單元包含 4 個布題，其中布題一是利用日常生活的結婚的習俗來說明「偶數」與「奇數」的概念，布題二用「2、4、6、8、10」和「30、26、22、18、14」兩組數列來說明數的排列規律，布題三則是「你家附近的門牌號碼是怎麼編排的？說說看，你發現了什麼？」（楊瑞智，2006，頁 60-62）。這三個布題符合「A-1 查覺規律」，同時也符合未知數的進階表徵中的規律性與延伸性，應該也可歸類到 C-2 中，但由於這單元主要在教導學生發現數字的規律性，只憑單純的視覺即可發現隱藏在其中的規律，且並未使用未知數符號，因此將此三個布題歸類到 A-1 中。

在資料分析方面，一爲教科書中代數教材編排之「量」的分析，另一爲「質」性分析。在量的分析方面，主要是統計代數教材之能力指標以及布題在類目表中出現的次數與所佔的百分比，來瞭解各類目在兩國教科書中呈現的情況；在質的分析方面，搭配教科書中的內容，歸納整理並分析教科書中代數教材內容的呈現方式，以圖表爲輔，使研究分析結果更爲周延深入。

七、布題選用的標準

從代數概念的特徵來看，可以知道代數與算術之間是有所區別的，並非每一個從文字題轉換成數學式的布題都屬於代數的範疇內。有些算式雖然是由文字題轉換而來，但卻沒有用到代數符號（例如：□、（ ）、X、Y等）。此類直接由列算式算出

答案的單元，本研究不列入代數範疇。另外，幾何部分並非全部列入代數布題中，藉由實際活動操作而得到圖形的面積或周長公式的活動，或由特定給定的數字套公式而求得的面積或周長，因爲沒有隱含未知概念的轉換，因此不列入代數範疇。此外，在介紹等量公理概念時，大都採用天平的方式，但並非每一個出現天平兩邊平衡的布題都列入代數的範疇。只有涉及「等價」或「未知數」的概念，才列入代數布題的範疇。例如康軒版第七冊第八單元「重量」中，第88頁上方的布題：「看下圖我們可以說：ㄅ重＋ㄆ重＝ㄇ重。說說看，ㄇ重＝ㄅ重＋ㄆ重嗎？」。

在代數教材編排方面，台灣康軒版每個單元都有單元名稱，並且設計二至五個左右的主題活動，之後才開始是布題。布題大都「圓形」符號中間嵌阿拉伯數字符號來顯示（如圖 1 右），只有四年級第 7、8 兩冊使用「葉形」符號（如圖 1 左）。因此本研究之布題計算方式，是以圓形框和葉形框內嵌阿拉伯數字爲標準，阿拉伯數字底下不管是（1）（2）（3）或是其他符號均視爲該布題之子題，不管子題有多少，皆視爲一個布題來做計算統計。每個主題活動之後的練習題皆不列入本研究之布題計算之中。而香港廿一世紀現代數學國小每冊大約有二十個單元，外加三個左右的增潤單元，增潤單元是讓教師視學生程度酌情使用。每單元設計二至五個左右的主題活動，活動主題後就開始布題，布題以方形框嵌阿拉伯數字符號來顯示（如圖 2）。布題計算方式以方形框嵌阿拉伯數字爲標準，數字底下的符號均視爲該布題之子題，不管子題有多少，皆視爲一個布題來做計算統計。單元後的練習題不列入布題的選用範圍。





圖 1 台灣版布題符號範例



圖 2 香港版布題符號範例

肆、結果與討論

一、台灣與香港代數課程整體目標之比較

從台灣和香港數學課程整體目標的敘述來看，有相當程度的一致性包括都希望在數

學課程中培養學生數學的素養、強調以學生爲中心、發展溝通、解題和推理的能力、以及培養正向的數學學習態度等。對數學課程學習的主題分類也類似，唯一不同的在於學習階段的分類。再從代數教材整體目標的數量來看，台灣代數相關的能力指標有 25 條，而且在代數的基本概念部分佔了 40%，關係式與方程式的部分佔了 36%，未知數的進階表徵佔了 24%，顯示台灣的代數教材比較偏重於代數的基本概念與關係式和方程式兩個部分，對於未知數的進階表徵呈現率比較低。且台灣能力指標在 A-2、B-1、B-2、C-2 等次分類項目中，甚至有三個以上的年級能力指標呈現，由此可以看出台灣在教材的編寫上是採用螺旋式的教材，一些重要的概念是不斷重複出現；香港的代數目標只有 7 條，且在每個次分類項中出現的次數不超過兩個。其中代數的基本概念部分佔了 57.1%，關係式與方程式的部分佔了 42.9%，未知數的進階表徵佔了 0%。顯示香港的代數教材重點在於代數的基本概念與關係式和方程式兩個部分，對於未知數的進階表徵則是完全沒有呈現在課程內的數學課程內。兩國代數整體目標的比較如表 3。

表 3 台灣和香港代數整體目標之比較

類目		台灣	香港	合計	
				台灣	香港
A.代數的基本概念	A-1	1	1	10 (40%)	4 (57.1%)
	A-2	6	0		
	A-3	1	2		
	A-4	1	1		
	A-5	1	0		
B.關係式與方程式	B-1	3	1	9 (36%)	3 (42.9%)
	B-2	4	1		
	B-3	2	1		
C.未知數的進階表徵	C-1	1	0	6 (24%)	0 (0%)
	C-2	5	0		
總計		25	7	100%	100%

二、台灣與香港代數教材內容呈現方式之異同

台灣教科書中代數相關布題的呈現，從一年級開始，一直到六年級下學期爲止，

共計 22 個單元。這些代數布題雖然散布在一到六年級的單元中，但是如果只是檢視單元名稱，很難看出此單元是否有包含代數的布題存在，尤其是題目本身有「算式填充題」的布題，很多都是隱藏在「乘法」、「除法」、「四則運算」、「分數」等單元中。而這些單元若是只以單元名稱來看，都是屬於數與計算的範疇，而不是代數的範疇，因此台灣教科書中許多代數的布題都是融合在數與計算的單元中。而香港廿一世紀現代數學代數布題的範圍涵蓋，從一年級到六年級，共計 16 個單元，而且從單元名稱上，很容易可以辨別是屬於代數的範疇。例如，五下 B 第十二單元「簡易方程（一）」、第十三單元「簡易方程（二）」、第十四單元「簡易方程應用題」等。因此香港廿一世紀現代數學教材在教材的組織和命名方面，已經做過初步的分類，屬於主題式的編排方式。以下從代數教材中的布題在分析類目表的分佈情形，以及代數概念呈現的方式兩部分，來呈現台灣和香港代數教材內容呈現方式的異同。

（一）台灣香港代數概念布題所屬類目之分佈

台灣香港代數概念布題在各冊中的分布情形，歸納統整於表 4。

表 4 台灣與香港代數教材布題所屬類目分布統計表

類目		一年級		二年級		三年級		四年級		五年級		六年級		小計		合計	
		台	港	台	港	台	港	台	港	台	港	台	港	台	港	台	港
A	A-1	1	3			3			9	15				19	12	53 (37.8%)	46 (41%)
	A-2	1				2		2			16	11	2	16	18		
	A-3		5		6			2		3				5	11		
	A-4							2	5			2		4	5		
	A-5									5		4		9	0		
B	B-1									11	28	16	17	27	45	81 (57.9%)	67 (59%)
	B-2			7		24		9		10	6	2	6	52	12		
	B-3							2					10	2	10		
C	C-1											4	0	4	0	6 (4.3%)	0 (0%)
	C-2											2	0	2	0		
小計		2	8	7	6	29	0	17	14	44	50	41	35	140	113		

其中台灣康軒版數學的代數布題數共有 140 題，而香港廿一世紀現代數學的代數佈題數共有 113 題。從代數布題所屬的類別來看，台灣和香港代數學習的範疇，大都集中在「關係式與方程式」的類別，各自佔了全部布題的 57.9%和 59%，這和代數目標所佔的比例相似（分別是 36%和 42.9%）。而且「代數基本概念」和「關係式和方程式」兩大類別，合計起來各自佔了 95.7%和 100%，這和台灣代數目標所佔的比例略有出入（這兩大類別目標佔 76%），但是和香港目標所佔比例相同。從細部來看，台灣和香港代數的布題出現最多的類別是 A-1、A-2、B-1、B-2，可見兩國國小代數重視的是「察覺規律」、「認識等量公理」、「認識關係式和方程式」、「初步代數表徵」。不過兩國重視的程度不同，例如台灣最重視的是「初步代數表徵類別」（B-2）和「認識關係式和方程式」（B-1），而香港則最重視的是「認識關係式和方程式」（B-1）和「認識等量公理」（A-2）。此外，香港的代數布題未出現屬於「分配律」（A- 5）和「未知數符號的進階表徵」（C-1、C-2，香港此類別的布題出現在六下第 19 到 24 單元的「增潤單元」中，而增潤單元中的布題皆不列入本研究之計算），而台灣在每一個分類的類別上，均有相對應的布題出現。

再從年級來看，台灣和香港代數布題大部分集中在五六年級，各自佔了全部布題的 60.7%（85/140）和 75.2%（85/113）。再細部分析，發現台灣的同一類別的代數布題，會重複出現在不同的年級教材內，且三至六年級含有三個以上的次類目。例如 A-1 出現在 1、3、5 年級；B-2 則在 2 至 6 年級均有出現，可見台灣代數教材的編排方式採螺旋式的編排。反觀香港的代數概念分布，除了五六年級之外，其餘每個年級所涵蓋的代數概念在分類上都不超過 2 個，這表示香港代數教材的編排方式，採主題獨立式的編排。此外，三年級是台灣和香港代數佈題差異最大之處，台灣有 29 個佈題涵蓋基本概念和初步代數表徵，其中有 24 個佈題著重於初步代數表徵，但是香港在三年級卻無任何代數相關的布題，而初步代數表徵的布題也到五年級才呈現，前四年都著重於代數基本概念的部分。香港教材布題的分佈和階段目標並不符合，在香港代數目標中指出第一學習階段不包含代數範疇的學習，可是從布題計數來看，一二年級共出現 14 代數基本概念的布題，集中在規律察覺和交換律的介紹。或許這兩個部分在香港教材中，並不設定屬於代數的範疇。

（二）台灣和香港代數教材概念呈現之異同

爲了要清楚地呈現兩國代數教材概念編排的異同，所以以香港的學習階段爲主，

分爲一至三、四至六年級兩階段的方式呈現，從比較中來呈現異同之處。

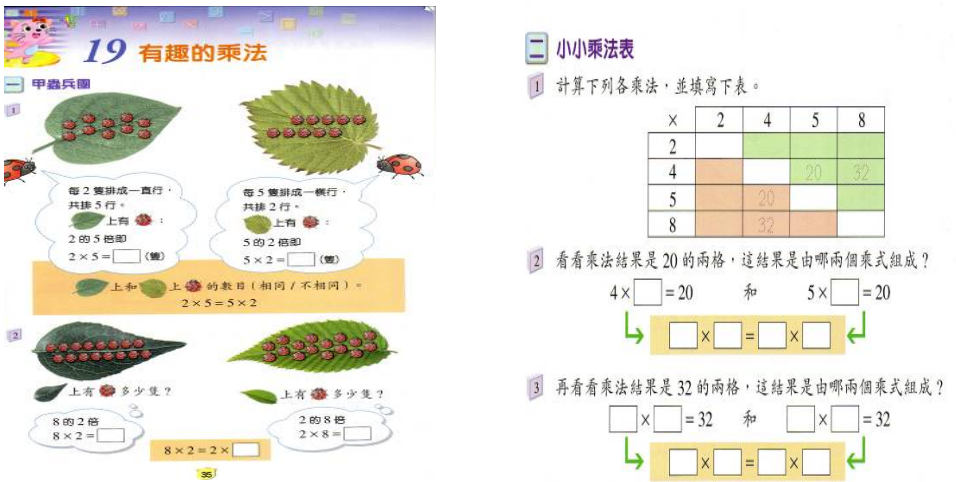
1. 第一階段：台灣引入代數符號，香港著重基本概念

台灣代數的概念從一下就開始出現，雖然只有兩題，但內容包含了等量公理與規律性等代數的基本概念。二年級便開始出現關係式和方程式的布題，以「算式填充題」的形式，用（ ）來代表「一個未知的數」的概念。雖然只是簡單的認識與了解（ ）的應用，但這是學生第一次接觸並認識代數符號。而三年級除了複習代數的基本概念外，延續二年級「算式填充題」的未知數概念，大量的應用在文字情境題中。雖然三年級都只是簡單的一步驟問題，但是未知數的應用概念在三年級各單元中涵蓋的範圍十分廣，包括加法、減法、乘法、除法等單元都有應用「算式填充題」來列式和解題的概念。除了加減乘除外，三下也開始從整數的概念延伸應用到「分數」的範疇中。整體而言，台灣的一至三年級除了強調具體物來察覺代數的基本概念外，也開始認識未知數符號在算式中的意義和應用，同時透過圖像的呈現，來協助學生對於代數基本概念和符號的學習。

而香港的代數概念從一上 B（第一冊）開始出現，第一階段集中在代數的基本概念部分。一年級利用數的合成與分解，並配合圖像的呈現，協助學生初步經驗「數的規律性」（如圖 3）與「加法的交換性」兩個基本的代數原理。此外，香港的數學教材在介紹 20 以內的數時，很仔細的將 20 以內的數字用合成和分解的方式來介紹，讓學生不只學到 20 以內數字本身所代表的「量」，同時也藉由合成和分解，讓學生察覺規律性，學習簡單的代數基本概念；二年級開始介紹「乘法交換律」的概念，藉由半具體的陣列排列，以及過去乘法中「單位量×單位數」的概念來認識乘法交換律的性質，並重視乘法交換律符號表徵的呈現（如圖 4）。同時台灣是將算式填充題隱藏在乘法單元中來呈現，但香港版的則是將加法和乘法交換律各自獨立成一個單元來呈現；三年級則完全沒有代數的相關布題。整體而言，香港一到三年級代數學習的重點著重在基本概念上，也透過具體物或半具體物來察覺代數的基本概念，最後再和算式符號做連結。這樣的鋪陳基本上符合學生從具體、圖像、符號的學習順序。



圖 3 規律性範例（香港）



×	2	4	5	8
2				
4			20	32
5		20		
8		32		

圖 4 乘法交換律範例（香港）

2. 第二階段：台灣逐漸進入代數符號進階表徵，進入符號抽象思考；香港以代數初步表徵爲主，強調操作和觀察

四到六年級的部分，台灣四上除了等量公理的進階符號呈現外，也開始出現分配律和結合律。在關係式與方程式方面，延續三年級的關係式的列式與解題，但在解題

步驟上已經從一步驟問題轉換到兩步驟問題。不同於三上的重量單元天平的兩端擺放的都是物品，四上的重量這個單元則是在最後引入了「ㄅ重＋ㄆ重＝ㄇ重」的文字敘述（圖 5）。這是第一次出現以文字來描述等量公理的敘述，也是除了（ ）之外，第一次出現別的文字符號來替代未知數的概念，編輯者以學生所熟悉的注音符號來替代未知數，以作爲未來以英爲字母 X、Y、A、B 等符號表示未知數的前置經驗。四年級下冊的代數布題雖然同樣是用算式填充題來列出等式，但是布題已經進入兩步驟的問題解題，並且配合情境題來引入加法和乘法的結合律概念。

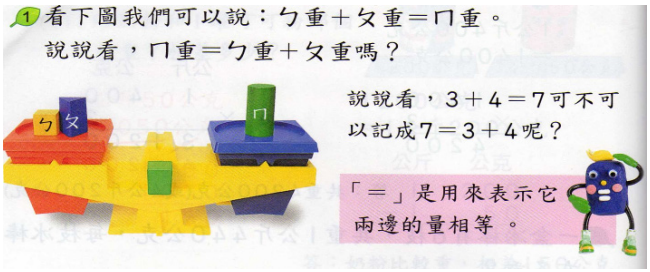


圖 5 用文字表徵等量公理範例（台灣）

五年級的重點除了延續四年級的列方程式與解題外，重要的是在五年級引入了許多規律性的觀念。其中有許多「數字的規律性」的布題，這些單元布題大都引用日常生活常見的例子。例如：結婚習俗、生活中常見的門牌號碼、白天和晚上的和不變的關係等等，引導小朋友們慢慢的去觀察與體驗日常生活中的「規律性」，進而做爲六年級「用未知數符號列出數字間隱含的關係」的前置經驗。

五年級下冊延續五上的規律性，在第三單元「數量關係」中，用大量的情境布題來引導小朋友們發現數字之間的關係，有些是「和不變」、有些是「差不變」、有些是「積不變」，讓小朋友藉由探索方式發現數字與數字間的關係。另外，五下開始用□、◎、△、A、B、？等符號來替代未知數列式，這與前面一至四年級的題型都是以算式填充題的（ ）形式來代表要求的未知數、以及四年級採用ㄅㄆㄇ等注音符號來表示未知數的表現方式有所不同（圖 6）。

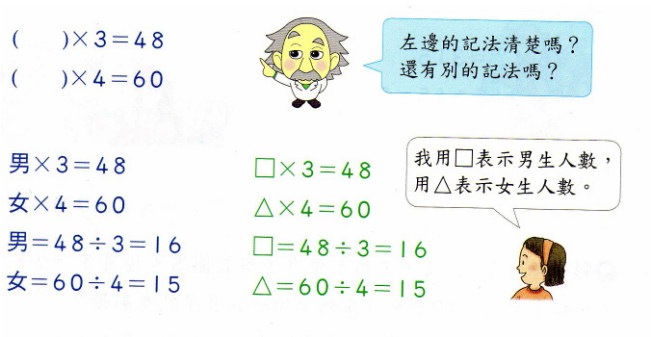


圖 6 未知數符號表徵範例（台灣）

綜觀台灣版的四五年級代數布題中，開始引入大量的未知數符號，例如：□、◎、△、A、B、？等符號來替代未知數，這代表學生在這個階段，已經慢慢要轉換到抽象符號與抽象思考的範疇內，因此大量的未知數符號，是做爲未來學習解高階方程式的前置經驗。因此在第二學習階段，對照本研究所發展的小學代數教材內容分析類目表發現，此階段的代數概念除了包含代數的基本概念和關係式與方程式這兩個主分類項外，也開始進入未知數符號的進階表徵的範疇內。六年級上冊並沒有代數相關布題，但在六年級下冊卻有三個單元計 41 個布題出現，是所有冊數中單冊布題題數最多的，而且大量運用文字符號及 X、Y 等代數符號。這樣的鋪陳或許是爲了七年級的代數學學習準備，因爲從六七年級教材的分析和比較來看，代數是主要相關的學習主題之一（饒育宗，2008）。

香港廿一世紀現代數學四年級上學期在代數基本概念方面，主要延續二年級的乘法交換律，但是算式中的乘數有兩個，而不是像二年級的只是「被乘數×乘數」而已。四上 B 第十二單元「奇妙的乘法」用五個布題來說明「被乘數×乘數×乘數」，只要這三個位置的數字不變，不管位子怎麼調換，其積都不變（如圖 7）。而且它並不是直接呈現公式說明，而是讓學生透過實際計算，來得出乘法結合律的事實，並最後做一個小結論：「計算連乘時，可運用乘法連算的特性，先求出其中兩個數的積，結果不變」。



圖 7 乘法交換律範例（香港）

五年級的重點是開始引入了「代數符號」的觀念。在五上第十二單元與第十三單元，一開始就大量的引進□、△、○、A、B、C、X、Y 等未知數符號，用簡短的算式來解出未知數所代表的數字，接下來用四個表格數據，來列出數字間的關係式（如圖 8）。而第十七單元延續十六單元的未知數符號來列式解題外，也開始出現「等量公理」，利用天平兩端物體的平衡，來引導學生一個步驟一個步驟的解題（如圖 9），並透過圖畫表徵的方式，詳細的說明了代數解題的所利用的「等量公理」原理。

五年級下冊延續五上的未知數符號，布題的範圍則涵蓋包含了加減乘除等運算範圍內讓學生將文字情境題，轉換成代數方程式並且解題。從五上的代數符號，到五下的方程式的應用。綜觀五年級的代數布題，從代數的關係式到應用解題，從一開始認識未知數符號，到運用等量公理來解未知數，最後是應用未知數符號來解文字情境題。雖然解題的範圍在簡單的一步驟問題內，但對代數從初步認識到初步應用，都有了完整詳細的介紹，整個布題範圍已經除了代數的基本概念外，也已進入到「關係式與方程式」的範圍。值得一提的是，五年級在解題步驟方面，幾乎都是用天平兩端物體相等的圖像來一步步引導學生完成解題的步驟，大量的布題除了讓學生熟練解題的步驟外，也引導小朋友們理解整個代數式解題原則和原理，而不單單只是計算的熟練而已。

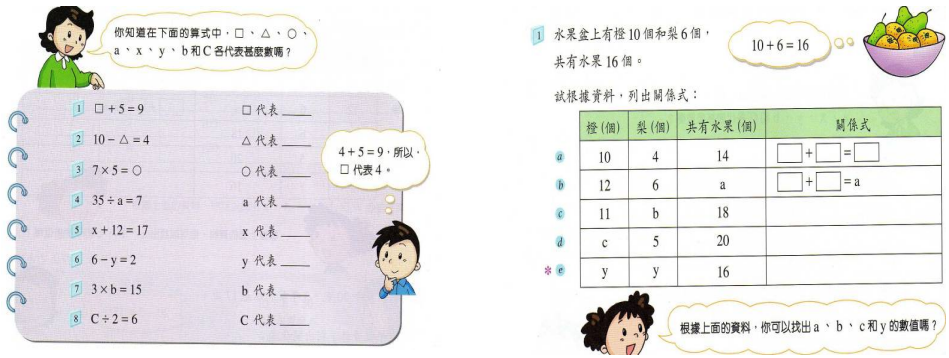


圖 8 未知數符號表徵範例（香港）

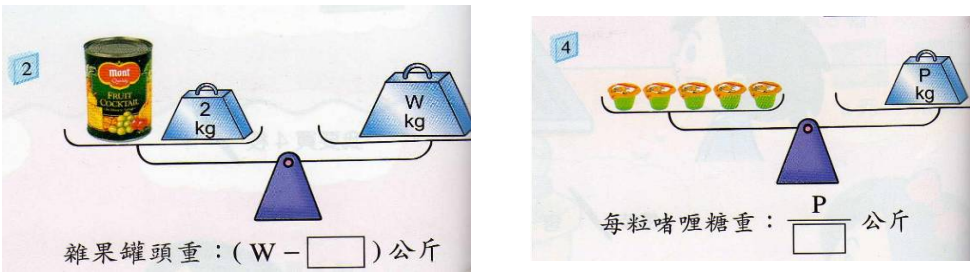


圖 9 等量公理範例（香港）

六年級上冊並沒有代數相關布題，但是在六下的第 19 到 24 單元的「增潤單元」，其內容布題全部都是屬於代數的範疇。這些增潤單元主要是將代數布題做加深加廣的延伸，以做爲國小與國中銜接的橋樑，但是增潤單元不列入本研究之布題討論範圍。2000 年 11 月香港課程發展議會爲小學編訂了新課程及課程指引，新課程主要是以學生爲中心來設計，最大的特色就是給予教師靈活處理課程的空間。爲了擴闊學生的視野和提高他們的學習興趣，課程指引內建議了一些增潤項目，教師可因應學生的能力、興趣和時間作選擇；教師也可以選用合適的教材作增潤項目。課程發展議會建議在每一年級備留一些彈性節數，讓教師按實際的情況，在一學期、一學年或一個學習階段，根據學校及學生的需要，配合教學策略和教學方法，編排學習進度。由於增潤項目屬選修性質，因此建議不列入考試或測驗範圍內。綜觀香港版的五六年級代數布題，可以發現香港廿一世紀現代數學的代數概念幾乎都是呈現在五六年級，從認識代數符號、到代數式的列式、和應用，幾乎都集中在五六年級呈現，企圖讓學生在五六

年級階段，從代數的一些基礎的認識，到方程式的解題與應用，都能夠有完整的學習。

伍、結論與建議

從代數目標在類目表的分佈來看（表 3），台灣和香港的代數目標都強調代數基本概念的認識，以及未知數符號的初步應用。台灣代數的基本概念佔了 40%，關係式與方程式佔了 36%，兩個部分合起來佔 76%；香港代數的基本概念佔了 57.1%，關係式與方程式佔了 42.9%，兩個部分合起來佔 100%。不過，在基本概念的目標上，台灣特別強調等量公理的重要，佔有 6 條目標之多（24%），但香港卻無此項的目標，但是在教材內的代數布題上，卻出現了 18 題的相關布題（佔 16%），和目標所佔的比例與分配並不一致。至於未知數符號的進階應用，台灣佔了 24%，而香港則是全部放置在增潤單元。

從代數布題在類目表中的分佈來看（表 4），台灣代數的基本概念佔 37.8%，關係式與方程式佔 57.9%，未知數的進階表徵佔 4.3%，這樣的比例分配和目標的分配情形並不相同。其中差異最大的在未知數進階表徵的部分，目標中佔 24%，但在布題中僅呈現 4.3%。香港也有類似的情況，目標中最重視的是代數的基本概念（佔 57.1%），但布題中呈現最多的卻是關係式和方程式（佔 59%）。布題的分配情況對照 Usiskin（1997）提出的代數概念，發現台灣和香港對「解特定問題的過程」和「數量關係的探討」最重視，因此在關係式和方程式的類目所佔的比例最高；再對照 NCTM（2000）對於代數學習的四大範疇，發現台灣和香港的國小代數重視的是「了解式子、關係和方程式」、「使用代數符號呈現和分析代數的情境和架構」兩個部分，而在「用數學模組來呈現和了解量的關係」、「分析各種前後關係的改變」的部分所佔比例不高。

在關係式與方程式中，台灣和香港的概念呈現都是從認識代數符號，到一步驟問題，最後到兩步驟的解題，且解題的過程都強調「等量公理」的應用。雖然台灣從二年級就開始使用「算式填充題」來列式與解答，且（ ）在算式填充題中也代表了一種「未知」的概念，但是除了括號以外，其餘□、△、A、B、？等未知數符號真正被認識與應用都是在五年級開始；而香港則是將所有有括號的題目歸類爲數與計算之中，認識□、△、A、B、？等未知數符號來替代未知數列式，也都是從五年級才開始。兩地教材內的代數布題都大量出現在五六年級，香港的更爲明顯，可以瞭解爲學

生進入國中階段學習預作準備與銜接的意圖。

得出台灣和香港代數教材分析的結論後，研究者提出以下的建議，提供使用或編輯台灣小學數學教科書人員，或課程研究人員一些思考與探究的方向。

一、加強代數符號進階表徵的布題

台灣在未知數的進階表徵部分，在能力指標部份佔了 24%，但是布題的呈現上只佔了 4.3%，明顯的低於能力指標的呈現。根據 Suh（2007）、Billings、Tiedt 和 Slater（2007）的研究發現，利用活動、具體物或圖形表徵，即使是國小二三年級的學生，都能夠學習代數。因此，台灣的教科書可以多透過圖形表徵的呈現（如數線或半具體圖形），逐步地引導學生從圖形表徵中發現數量的規律和關係，進入代數進階表徵的學習。這一方面可以和未來國中代數的學習銜接，另一方面以符合 NCTM（2000）所指出的代數學習的完整範疇。因此，建議在教科書的布題規劃上，多呈現一些代數符號進階表徵的布題，以符合能力指標所佔的比例，提供學生完整學習的機會。

二、擴大分析的對象和方法

代數的學習，是學生未來高深數學學習的基礎。因此，除了以香港爲研究和分析的對象外，也可以針對近年來在國際測驗表現亮麗的芬蘭和新加坡的教科書，進行分析和比較，以作爲台灣教科書編輯和使用者的參考。此外，台灣目前尚未完全實施九二正綱，所以本研究一至三年級使用依據九二正綱編輯的教科書，四至六年級使用依據八九暫綱編輯的教科書來做分析。日後九二正綱完全實施後，應該採用完整九二正綱所編寫之教科書來進行分析比較，會有更完整的理解。而研究的方法，除了採用內容分析法之外，希望日後研究者也能由訪談法或調查法，針對教科書編輯委員進行訪談或調查，以瞭解教科書編輯的完整理念和歷程，以增進對於代數教材內容呈現方式意圖的理解。

陸、參考文獻

王文科（2002）。**教育研究法**。台北：五南。

吳麗玲（2006）。**台灣、美國與新加坡國小五、六年級分數教材內容之分析比較**。國

立嘉義大學數學教育研究所碩士論文，未出版，嘉義。

林美如、徐偉民（2007）。中國與台灣小學教科書幾何教材之分析。載於中華民國課程與教學學會(主編)，**課程與教學 2007 年年刊：教科書制度與影響**(頁 215-257)。台北：五南

香港教育署（1999）。**亞洲及西方各主要國家及地區的數學課程比較研究。**香港：香港教育署。

香港課程發展議會（2000）。**數學教育學習領域：數學課程指引（小一至小六）。**2008年7月10日，取自 http://cd1.emb.hkedcity.net/cd/maths/tc/doc/curr_syll/Math_Syllabuses_chi_pdf/Math_Curr_Guide_P1-P6_2000_c.pdf

施東吉（2005）。**以情境測驗探究學童在一元一次方程式概念發展之趨勢。**國立中山大學應用數學系研究所碩士論文，未出版，高雄市。

康軒教育網（2007）。**九十六學年度第一學期教科書市佔率。**2007 年 10 月 20 日，取自 http://www.knsh.com.tw/about/about.asp?go_Sub_Topic=08

教育部（2003）。**國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。**台北：教育部。

陳中行（2004）。**小學數學教科書初探。**2009年10月6日，取自 http://hk.geocities.com/xf53/ied_epro.doc

梁興強（2008）。**小學教師對數學課程改革的適應與解難教學。**2008 年 6 月 10 日，取自 http://www.acei-hkm.org.hk/Publication/FF-30-Leung%20HK.pdf

陸國燊（2002）。**中國科技期刊展座談會講稿「香港出版業發展的現況與展望」。**2008年6月10日，取自http://www.bhkaec.org.hk/tec_conf/guest03.htm

楊瑞智主編（2006）。**數學五上。**台北：康軒文教事業。

莊月嬌、張英傑（2006）。九年一貫課程小學幾何教材內容與份量之分析。**國立臺北教育大學學報，19**（1），33-66。

廖婉琦（2004）。**台灣 82 年國編版數學教科書與美國 Everyday Mathematics 之內容分析比較研究：以幾何教材爲例。**國立臺北師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，台北。

歐用生（1994）。**教育研究法。**台北：師大書苑。

鍾　靜（2005）。論數學課程近十年來之變革。**教育研究月刊，133**，124-134。

謝和秀（2001）。**國一學生文字符號概念及代數文字題之解題研究。**國立高雄師範大學數學教育研究所碩士論文，未出版，高雄市。

謝孟珊（2000）。**以不同符號表徵未知數對國二學生解方程式表現之探討。**國立臺北

師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，台北市。

羅榮福（2003）。**國民中學學習障礙學生與普通學生解一元一次方程式問題之比較研究。**國立彰化師範大學特殊教育研究所碩士論文，未出版，彰化市。

饒育宗（2008）。**九年一貫數學領域電腦診斷測驗系統開發與應用：以屏東縣七年級學生爲例。**屏東教育大學應用數學系碩士論文，未出版，屏東市。

Anderson, C. (2003). How can schools support teaching for understanding in mathematics and science? In A. Gamoran, C. Anderson, P. Quiroz, W. Secada, T. Williams, & S. Ashmann (Eds.), *Transforming: How schools and districts can support change* (pp.3-21). New York: Teachers College.

Becker, J. P., & Selter, C. (1996). Elementary school, practices. In A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp.511-564). Netherlands: Kluwer Academic.

Billings, E., Tiedt, T., & Slater, L. (2007). Research, reflection, practice: Algebraic thinking and pictorial growth patterns. *Teaching Children Mathematics, 14*(5), 302-308.

Grouws, D., Smith, M., & Sztajn, P. (2004). The preparation and teaching practice of U.S. mathematics teachers: Grades 4 and 8. In P. Kloosterman & F. Lester (Eds.), *The 1990 through 2000 mathematics assessments of the national assessment of educational progress: Results and interpretations* (pp.221-269). Reston, VA: NCTM.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.

Lam, L. (2008). *Mathematics education reform in Hong Kong.* Retrieved June 10, 2008, from http://www.math.unipa.it/~grim/SiLam.PDF

Lloyd, G. (2008). Curriculum use while learning to teach: One student teacher's appropriation of mathematics curriculum materials. *Journal for Research in Mathematics Education, 39*(1), 63-94.

Lott, J. W., & Souhrada, T. A. (2000). As the century unfolds: A perspective on secondary school mathematics content. In M. J. Burke & F. R. Curcio (Eds.), *Learning mathematics for a new century* (pp.96-111). Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school*

mathematics. Reston, VA: Author.

Nicol, C., & Crespo, S. (2006). Learning to teach with mathematics textbooks: How preservice teachers interpret and use curriculum materials. *Educational Studies in Mathematics, 62,* 331-355.

Pimm, D. (1995). *Symbols and meanings in school mathematics*. New York: Routledge.

Raymond, A., & Leinenbach, M. (2000). Collaborative action research on the learning and teaching of algebra: A story of one mathematics teacher's development. *Educational Studies in Mathematics, 41*(3), 283-307.

Sfard, A. (1995). The development of algebra: Confronting historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior, 14,* 15-39.

Stein, M., Remillard, J., & Smith M. (2007). How curriculum influences student learning. In F. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.319-369). Gweenwich, CT: Information Age.

Suh, J. M. (2007). Investigations: Developing "Algebra-Rithmetic" in the elementary grades. *Teaching Children Mathematics, 14*(4)*,* 246-252.

Tarr, J., Reys, R., Reys, B., Chavez, O., Shih, J., & Osterlind, S. (2008). The impact of middle-grades mathematics curricula and the classroom learning environment on student achievement. *Journal for Research in Mathematics Education, 39*(3), 247-280.

Usiskin, Z. (1997). Doing algebra in grades K-4. *Teaching Children Mathematics, 3,* 346-348.

投稿收件日：2009 年 6 月 15 日
接受日：2009 年 10 月 26 日