

封閉式圓形靜壓平面支承使用定補償之工作台動態特性

Dynamic Characteristics of Worktable Mounted by Closed-type Hydrostatic Flat Bearing with Constant Compensations

張永鵬¹ 陳鎮憲^{*2} 李建霖¹ 周先懂¹ 康淵¹
Y. P. Chang¹, C. H. Chen^{*2}, J. L. Lee¹, H. C. Chou¹, Y. Kang¹

摘要

本文研究閉式圓形靜壓平面支承之工作台的動態特性，採用毛細管節流器與定量泵。探討供油壓力、流量和節流參數之影響，工作台施加步階力及簡諧力，根據分析的結果加以比較設計參數的影響以及工作台之靜、動態反應特性。

關鍵詞：封閉式液靜壓軸承，圓形工作台，步階反應，簡諧反應，毛細管，定量泵，定量補償

Abstract

This study has addressed dynamic characteristics of the circular closed-type worktable mounted on hydrostatic bearing compensated by using capillary restrictors or constant flow pump. For various supply pressures, flow rates and restrictor parameters, the changes of worktable responses of static and dynamic characteristics under the excitation of harmonic force and step force are analyzed respectively.

Keywords: closed-type hydrostatic bearing, circular worktable, step response, harmonic response, capillary, constant-flow pump, constant compensation

I. 導論

靜壓軸承使用的定補償，流量正比於供壓及油腔壓力之差值，其正比係數為定值，常用的三種型式，包括有毛細管、孔口及定量泵或定量閥；毛細管結構簡單方便製造又可以座上調校，因此使用廣泛；定量泵之特點為每一油腔分別連結一個油泵，由於其結構複雜昂貴，早期並沒有推廣應用，近年來由於液壓元件的進展，使得此種供油方式重新成功的應用在大型設備上。

Malanoski 與 Loeb [1] 研究分別使用毛細管、孔口及流量控制閥作為壓力補償元件的靜壓軸承，考慮這三種補償方式對於軸承油膜剛度的影響，發現使用流量控制閥的剛度最大，其次是孔口與毛細管。Telingater [2] 分別針對矩形、L型和U型的滑軌做分析，並根據實驗的結果，來探討其應用的情形。Rohde 和 Ezzat [3] 研究激振頻率與動態係數的關係，考慮軸承油腔內的流體具有可壓縮性，油膜剛度會隨著激振頻率的增加而減小，阻尼則相對的增加，而油腔深度與軸承間隙比值越小，其剛度也較佳。孟等人 [4] 使用可變毛細管節流器，探討最佳節流比與最佳供油壓力。Sharma 等人 [5] 利用有限元素法，分析圓形、矩形、橢圓形和環形四種

形狀的油腔軸承，比較流速、壓力和剛度等性能。Wang [6] 分析了靜壓滑軌之承載能力及油膜剛度，探討油膜厚度和滑軌的間隙等對工作台性能的影響。Kang 等人 [7] 研究固定式節流器，利用流量平衡方程式求出工作台位移與油腔壓力之關係，以探討軸承與節流器設計參數對剛度係數之影響。

然而前人研究尚未探討平面軸承使用固定節流器其動態反應之影響，因此本文使用 Reynolds 方程式模擬軸承油膜壓力及流量平衡方程式求解油腔壓力，探討定量泵及毛細管節流器用來補償閉式靜壓圓形軸承之油腔壓力，分析步階力及簡諧力作用於工作台時，設計參數對於閉式圓形工作台的動態性能之影響。

符號說明

C_p	無因次供油壓力	M	工作台質量
C_w	無因次連結管流量	p_s	供油壓力
C_μ	無因次黏滯係數	\bar{Q}_i	無因次流量
D_{wi}	無因次毛細管節流係數	Q_i	流量
		R_i	無因次半徑比

¹ 中原大學機械學系 ² 陸軍專科學校車輛工程科

*Corresponding author. E-mail: dove.chen@msa.hinet.net

¹ Department of Mechanical Engineering, Chung Yuan Christian University, Chungli, Taiwan, R.O.C.

² Department of Vehicle Engineering Army Academy, Chungli, Taiwan, R.O.C.

Manuscript received 16 September 2009; revised 25 September 2009; accepted 14 October 2009



d_c	毛細管直徑	T	無因次時間
F_v	無因次合力	t	時間
f	作用於工作台的外力	W_s, W_d	無因次靜態承載力及動態力
f_v	工作台承受上下兩油膜的合力	V_0, V_h	工作台移動時，下方及上方表面對油膜間隙內的擠壓速度
g	重力加速度		
H	無因次工作台位移量	w_s, w_d	承載的靜力及動力
h	工作台位移量	ω	激振頻率
h_0	工作台初始油膜厚度	Ω	無因次激振頻率
L_c	圓管的長度	μ	流體黏度
ℓ_c	毛細管節流長度		

II. 圓形工作台理論分析

1. 圓形工作台之運動方程式

如圖 1 所示，靜壓平面支承工作台之動態方程式為

$$M\ddot{h} = f_v + f \quad (1)$$

其中 M 為工作台質量， h 為工作台的位移量， $f_v = f_b - f_t$ 為工作台承受靜壓油膜的合力， f_b 為工作台下方油膜向上的靜壓作用力， f_t 為工作台上油膜向下的靜壓作用力， $f = w_s + w_d \cos \omega t$ 為作用於工作台的外力， w_s 及 w_d 為工作台承載的靜力及動態力， ω 為動態力之激振頻率。

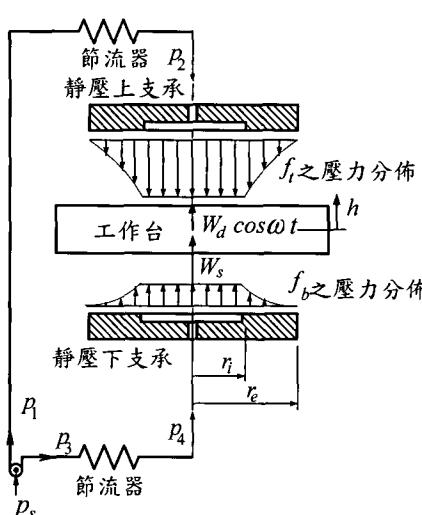


圖 1 封閉式圓形工作台

當 h_0 為工作台作用合力為零時的油膜間隙厚度， r_e 為圓形工作台半徑， μ 為流體黏度， g 為重力加速度， p_s 為供油壓力，使用無因次油膜變量 $H = h/h_0$ 以及無因次時間 $T = \frac{p_s h_0^2}{\mu r_e^2} t$ ，以及 H 的無因次時間微分：

$$\dot{H} = \frac{dH}{dT} = \frac{d(h/h_0)}{dt} \frac{dt}{dT} = \frac{\dot{h}}{h_0} \frac{\mu r_e^2}{p_s h_0^2} = \frac{\mu r_e^2}{p_s h_0^3} \dot{h}$$

$$\ddot{H} = \frac{d\dot{H}}{dT} = \frac{d\dot{h}}{dt} \frac{dt}{dT} = \frac{\mu r_e^2}{p_s h_0^3} \ddot{h} \cdot \frac{\mu r_e^2}{p_s h_0^2} = \frac{\mu^2 r_e^4}{p_s^2 h_0^5} \ddot{h}$$

將無因次參數 \ddot{H} ， $F_v = \frac{f_v}{\pi r_e^2 p_s}$ ， $\Omega T = \omega t$ ， $W_s = \frac{w_s}{Mg}$

及 $W_d = \frac{w_d}{Mg}$ 代入式(1)可得

$$\frac{M p_s^2 h_0^5}{\mu^2 r_e^4} \ddot{H} = \pi r_e^2 p_s \cdot F_v + Mg \cdot W_s + Mg \cdot W_d \cos \Omega T \quad (2)$$

令無因次參數 $C_\mu = \frac{\pi^2 \mu^2 r_e^8}{M^2 g h_0^5}$ 為無因次黏滯係數，

$C_p = \frac{\pi r_e^2 p_s}{Mg}$ 為無因次供油壓力， $C_f = \frac{C_\mu}{C_p}$ 且

$C_v = \frac{C_\mu}{C_p^2}$ ，則可得到式(2)之無因次形式如下：

$$\ddot{H} = C_f F_v + C_v (W_s + W_d \cos \Omega T) \quad (3)$$

2. 工作台擠壓油膜之作用力

靜壓潤滑油可以被假設為等向黏性且不可壓縮之流體，圓形工作台與靜壓平面軸承之間隙內油膜以圓柱座標系統的雷諾方程式描述，其潤滑油流動之壓力場可表示為

$$\frac{(h_0 \pm h)^3}{12\mu} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = V_h - V_0 \quad (4)$$

其中 $h_0 + h$ 及 $h_0 - h$ 分別為工作台下方及上方油膜厚度，因為 h 為工作台位移， \dot{h} 為工作台之上下振動速度， $V_h - V_0$ 為工作台上下振動時的擠壓油膜速度，引致了擠壓的動態壓力， V_h 及 V_0 分別為油膜高度在 h 及 0 處固體表面的垂直速度，以向上為正，如圖 2 所示，兩速度差為間隙內油膜擠壓的相對速度。

因此工作台上方油膜之 $V_h - V_0 = -\dot{h}$ ，因為上方油膜的固定邊界速度 $V_h = 0$ ，工作台速度 $V_0 = \dot{h}$ ，邊界條件為 $r = r_i$ 時 $p = p_2$ ， $r = r_e$ 時 $p = 0$ ；代入式(4)得到工作台上方間隙內潤滑油流動之雷諾方程式為

$$\frac{(h_0 - h)^3}{12\mu} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = V_h - V_0 = -\dot{h} \quad (5)$$

通乘 r^2 後，運用 Cauchy-equation 求解方法，得到



$$p_{t,b}(r) = p_{2,4} + \left[\frac{p_{2,4} - \frac{3\mu h}{(h_0 \pm h)^3} (r_e^2 - r_i^2)}{\ln \frac{r_i}{r_e}} \right] \ln \frac{r}{r_i} + \frac{3\mu h}{(h_0 \pm h)^3} (r_i^2 - r^2) \quad (6)$$

其中 $p_t, p_{2,4}, (h_0 - h)^3$ 為工作台上方擠壓油膜的壓力分佈之代號，而 $p_b, p_4, (h_0 + h)^3$ 為工作台下方擠壓油膜的壓力分佈之代號。

因此在工作台上方平面軸承油腔之外節流台 (sill) 據壓油膜引致的向下作用力，由式(6)積分得到

$$f'_t = \int_{r_i}^{r_e} p_t(r) dA = \pi (r_e^2 - r_i^2) p_2 + \frac{\pi p_2}{\ln \frac{r_i}{r_e}} \left[r_e^2 \left(\ln \frac{r_e}{r_i} - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} r_i^2 \right] - \frac{3\pi\mu h}{(h_0 - h)^3} \left\{ \frac{r_e^2 - r_i^2}{\ln \frac{r_i}{r_e}} \left[r_e^2 \left(\ln \frac{r_e}{r_i} - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} r_i^2 \right] + \frac{1}{2} (r_e^2 - r_i^2)^2 \right\} = \pi (r_e^2 - r_i^2) p_2 + \pi p_2 R_e r_e^2 - \frac{3\pi\mu h}{(h_0 - h)^3} R_r r_e^4 \quad (7a)$$

其中 $R_i = \frac{r_i}{r_e}$ ， $R_e = \frac{1}{\ln R_i} (\ln \frac{1}{R_i} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} R_i^2)$ ，以及 $R_r = \frac{1 - R_i^2}{\ln R_i} (\ln \frac{1}{R_i} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} R_i^2) + \frac{1}{2} (1 - R_i^2)^2$ 。同理，求得作用於工作台下方平面軸承油腔之外節流台擠壓油膜引致的向上作用力計算如下：

$$f'_b = \int_{r_i}^{r_e} p_b(r) dA = \pi (r_e^2 - r_i^2) p_4 + \frac{\pi p_4}{\ln \frac{r_i}{r_e}} \left[r_e^2 \left(\ln \frac{r_e}{r_i} - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} r_i^2 \right] + \frac{3\pi\mu h}{(h_0 + h)^3} \left\{ \frac{r_e^2 - r_i^2}{\ln \frac{r_i}{r_e}} \left[r_e^2 \left(\ln \frac{r_e}{r_i} - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} r_i^2 \right] + \frac{1}{2} (r_e^2 - r_i^2)^2 \right\} = \pi (r_e^2 - r_i^2) p_4 + \pi p_4 R_e r_e^2 + \frac{3\pi\mu h}{(h_0 + h)^3} R_r r_e^4 \quad (7b)$$

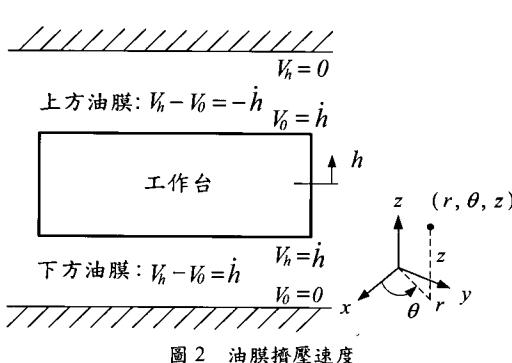


圖 2 油膜擠壓速度

作用於工作台上方及下方平面軸承油腔內的向下及向上的作用力分別為

$$f'_t = \pi r_i^2 p_2 \quad (8a)$$

$$f'_b = \pi r_i^2 p_4 \quad (8b)$$

因此，作用於工作台上下兩側之向下及向上的作用力分別為

$$f_t = f'_t + f''_t = \pi r_e^2 p_2 + \pi p_2 R_e r_e^2 - \frac{3\pi\mu h}{(h_0 - h)^3} R_r r_e^4 \quad (9a)$$

$$f_b = f'_b + f''_b = \pi r_e^2 p_4 + \pi p_4 R_e r_e^2 + \frac{3\pi\mu h}{(h_0 + h)^3} R_r r_e^4 \quad (9b)$$

由式(9a)及(9b)求得作用於工作台靜壓軸承油膜的合力為

$$f_v = f_b - f_t = \pi r_e^2 (p_4 - p_2) (1 + R_e) + \frac{3\mu \pi h}{h_0^3} R_r r_e^4 \left[\left(1 + \frac{h}{h_0}\right)^{-3} + \left(1 - \frac{h}{h_0}\right)^{-3} \right] \quad (10)$$

使用無因次參數 F_v ， H ， \dot{H} 及壓力比 $P_r = \frac{p_r}{p_s}$ ，將上式表示成無因次形式如下：

$$F_v = (P_4 - P_2)(1 + R_e) + 3\dot{H}R_r [(1 + H)^{-3} + (1 - H)^{-3}] \quad (11a)$$

因此，將式(11a)代入式(3)中得到 $H(T)$ 的動態方程式：

$$\ddot{H} = C_f (P_4 - P_2)(1 + R_e) + 3C_f \dot{H}R_r [(1 + H)^{-3} + (1 - H)^{-3}] \quad (11b)$$

3. 工作台靜壓軸承流量

流體流經圓形縫隙可表示為

$$Q(r) = -\frac{\pi r (h_0 \pm h)^3}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (12)$$

其中 $h_0 + h$ 及 $h_0 - h$ 分別為工作台下方及上方油膜間隙之變化量，將式(6)對 r 偏微分後代入取負號 $(h_0 - h)$ 之(12)式，得到工作台上方流出之流量為

$$Q_2 = -\frac{\pi (h_0 - h)^3}{6\mu} \left[\frac{p_2}{\ln R_i} - \frac{3\mu h}{(h_0 - h)^3} R_g r_e^2 \right] \quad (13)$$

其中 r_e 為圓形工作台半徑， $R_i = \frac{r_i}{r_e}$ 以及 $R_g = \frac{1 - R_i^2}{\ln R_i} + 2$ 。

同理，從工作台下方流出之流量為

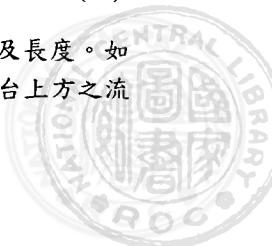
$$Q_4 = -\frac{\pi (h_0 + h)^3}{6\mu} \left[\frac{p_4}{\ln R_i} + \frac{3\mu h}{(h_0 + h)^3} R_g r_e^2 \right] \quad (14)$$

4. 管流方程式

在圓管中因壓差產生之管流為

$$Q = \frac{\pi r_p^4 \Delta p}{8\mu L_c} \quad (15)$$

其中 r_p 及 L_c 為節流器至油腔之圓管的半徑及長度。如圖 3 所示，潤滑油從節流器經油管流入工作台上之流量為



$$Q_1 = \frac{\pi r_p^4}{8\mu L_c} (p_1 - p_2) \quad (16)$$

潤滑油從節流器經油管流入工作台下方之流量為

$$Q_3 = \frac{\pi r_p^4}{8\mu L_c} (p_3 - p_4) \quad (17)$$

III. 流量平衡求解油腔壓力

1. 毛細管節流器

流量連續性如圖 4 所示，工作台平面靜壓軸承使用毛細管節流，相同供壓 p_s 作用下，通過兩個毛細管的流量分別為：

$$Q_1 = \frac{\pi d_{c1}^4}{128\mu \ell_{c1}} (p_s - p_1) \quad (18a)$$

$$Q_3 = \frac{\pi d_{c2}^4}{128\mu \ell_{c2}} (p_s - p_3) \quad (18b)$$

並且，自毛細管流出經過連接管至油腔入口的流量，滿足流量連續性，進入上方及下方軸承的流量平衡方程式如下所示：

$$Q_1 = \frac{\pi d_{c1}^4}{128\mu \ell_{c1}} (p_s - p_1) = \frac{\pi r_p^4}{8\mu L_c} (p_1 - p_2) \quad (19a)$$

$$Q_3 = \frac{\pi d_{c2}^4}{128\mu \ell_{c2}} (p_s - p_3) = \frac{\pi r_p^4}{8\mu L_c} (p_3 - p_4) \quad (19b)$$

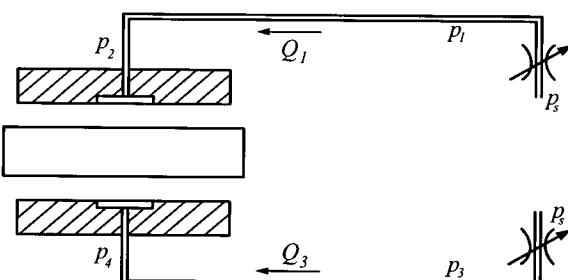


圖 3 補償器或節流器出口至油腔入口之潤滑油流量

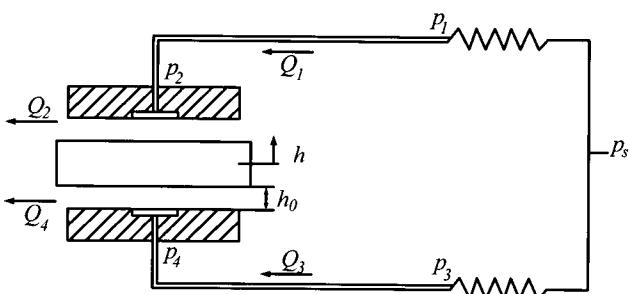


圖 4 毛細管節流器之圓形工作台

工作台上方流出之流量等於流入之流量，因此連續方程式：

$$Q_2 = Q_1 + \pi r_e^2 h \quad (20)$$

工作台下方流出之流量等於流入之流量，因此連續方程式：

$$Q_4 = Q_3 - \pi r_e^2 h \quad (21)$$

將式(13)、(14)及式(19a)、(19b)代入式(20)及式(21)，並且使用 P_r ， C ， C_w ， F 及 D_w 等無因次參數，求得無因次壓力 P_1 至 P_4 ：

$$P_1 = \frac{D_w + C_w P_2}{C_w + D_w} \quad (22a)$$

$$P_2 = \frac{D_w C_w - 0.5 F \dot{H} (C_w + D_w)}{D_w C_w - C (C_w + D_w)} \quad (22b)$$

$$P_3 = \frac{D_w + C_w P_4}{C_w + D_w} \quad (22c)$$

$$P_4 = \frac{D_w C_w + 0.5 F \dot{H} (C_w + D_w)}{D_w C_w - I (C_w + D_w)} \quad (22d)$$

2. 定量泵

如圖 5 所示為定量泵調節系統，以 p_s 作為極限壓力，管流方程式為：

$$Q_1 = \frac{\pi r_p^4}{8\mu L_c} (p_1 - p_2) \quad (23a)$$

$$Q_3 = \frac{\pi r_p^4}{8\mu L_c} (p_3 - p_4) \quad (23b)$$

同樣的，工作台上方及下方流量連續方程式如上節之式(20)及(21)，將式(13)、(14)及式(23a)、(23b)代入式(20)及式(21)，並且使用 P_r ， C ， E ， I 及 \bar{Q} 等無因次參數，求得無因次壓力 P_1 至 P_4 ：

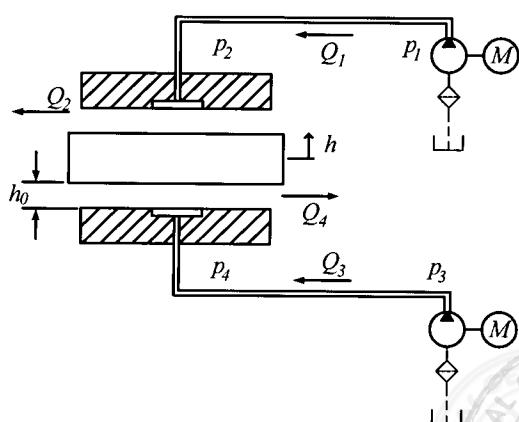


圖 5 定量泵調節之液靜壓支承及其圓形工作台

$$P_1 = \frac{\bar{Q}_1}{C_w} + P_2 \quad (24a)$$

$$P_2 = \frac{E\dot{H} - \bar{Q}_1}{C} \quad (24b)$$

$$P_3 = \frac{\bar{Q}_3}{C_w} + P_4 \quad (24c)$$

$$P_4 = \frac{-\bar{Q}_3 - E\dot{H}}{I} \quad (24d)$$

IV. 動態方程式求解

將式(22b)、(22d)及式(24b)、(24d)之 P_2 及 P_4 代入式(11)，得到工作台之油膜作用合力，再將其代入式(3)得到無因次參數 \ddot{H} ，以時間積分求解，得到毛細管補償之靜壓軸承工作台之動態反應 $H(T)$ 。同理，使用式(24b)及(24d)經過相同步驟得到定量泵補償之靜壓軸承工作台之動態反應。在分析中針對垂直向上的外力作用於工作台，使 P_2 恒大於 P_4 ，因此其個別的上游壓力 P_1 恒大於 P_3 ，因為 P_3 不應出現負壓力， P_1 不應大於 P_s 以致發生逆流；所以作為節流係數及泵流量之限制應使 $1 \geq P_1 \geq P_3 \geq 0$ ，亦即 $P_1 = 1$ 或 $P_3 = 0$ 為分析之極限值。

V. 分析結果及討論

本研究以固定之無因次設計參數 $C_w = 200$ ， $C_\mu = 24400000$ ， $R_i = 0.4$ 的設計條件下，探討供油壓力 (C_p)，流量 (\bar{Q})，節流係數 (D_w)，靜態承載力 (W_s) 及動態力 (W_d) 對於工作台動態反應之影響，並比較兩種固定式節流器在相同條件下之優劣。

1. 步階激振反應

施加一步階函數的垂直向上的外力於工作台，外力函數為 $F = W_s \cdot [U(T) - U(T - 150)]$ ，如圖 6(a)所示，工作台在本身油膜及節流器之作用下，時間反應如圖 6(b)所示。

毛細管在 $C_p = 36, 48$ 時， $D_w \leq 0.04$ 會使 $P_3 < 0$ ；定量泵在 $C_p = 20$ 時， $\bar{Q}_1 = \bar{Q}_3 = \bar{Q}$ 僅能選取 $0.03 \sim 0.12$ ，小於 0.03 則 $P_3 < 0$ ，大於 0.12 則 $P_1 > 1$ 。如圖 7(a)所示， $C_p = 144$ 時反應振幅最小值發生在 $D_{w1} = D_{w2} = D_w = 0.2$ 附近，而圖 7(b)顯示定量泵在

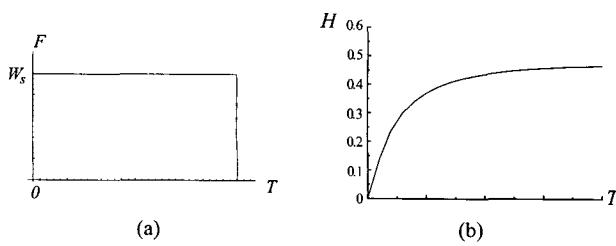


圖 6 步階函數外力作用及其反應

$\bar{Q} = 0.15 \sim 0.18$ 有最小振幅，在圖中以 \times 及 \circ 分別表示 $P_3 < 0$ 及 $P_1 > 1$ 的節流及流量限界，因此鎖定以上範圍可以更細微地求出具有最小反應振幅之 D_w 與 \bar{Q} 如圖 8 所示。

圖 8 說明毛細管在 $D_w = 0.18$ 時有最小振幅 0.04041，而定量泵在 $\bar{Q} = 0.176$ 時有最小振幅 0.01043。將 D_{w2} 固定為 0.18， \bar{Q}_3 固定為 0.176，引入一常數 n ，使 $D_{w2} = nD_{w1}$ ， $\bar{Q}_3 = n\bar{Q}_1$ ，探討兩節流係數與流量在不同倍率的情況下之反應振幅。

圖 9 說明定量泵於 $n < 1$ ，會使 $P_1 > 1$ ，因此選取 $n = 1$ 為定量泵之最佳流量比例，而毛細管在 $n = 0.8$ 時有最小反應振幅 0.0034，明顯改善了 $n = 1$ 時之反應振幅有 10 倍之多。

2. 簡諧激振反應

對工作台施加一個餘弦激振 $W_d \cdot \cos(\Omega T)$ 的動態力，如圖 10(a)所示，得到工作台之時間反應，如圖 10(b)所示。

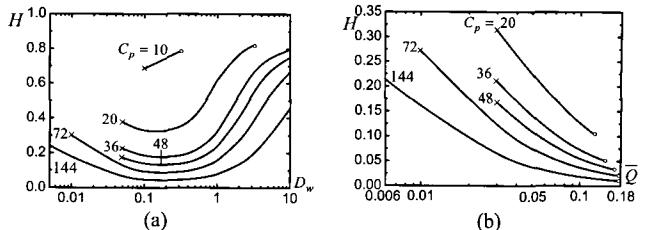


圖 7 毛細管節流器與定量泵補償在激振為步階反應函數之反應振幅 H 隨無因次節流係數 ($D_{w1} = D_{w2} = D_w$) 及無因次流量 ($\bar{Q}_1 = \bar{Q}_3 = \bar{Q}$) 之步階激振反應 (固定 $W_s = 4$)：(a) 毛細管節流器，(b) 定量泵補償

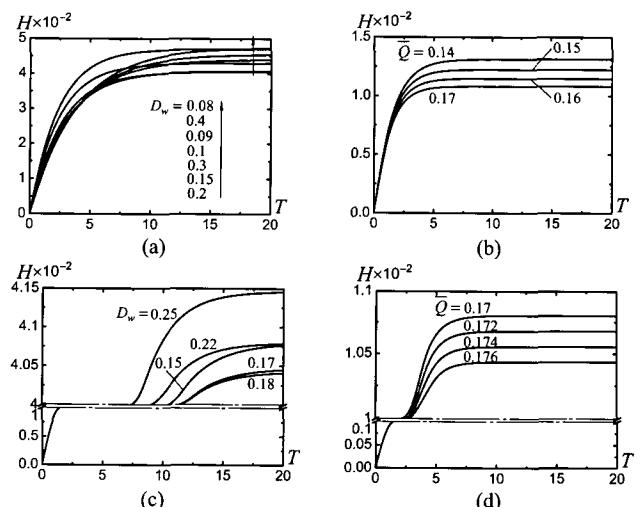


圖 8 毛細管節流器與定量泵補償在激振為步階反應函數之反應振幅 H 隨無因次節流係數 D_w 及無因次流量 \bar{Q} 之步階激振反應 (固定 $W_s = 4$)。(a)、(c)為毛細管節流器固定 $C_p = 144$ ，以節流係數 D_w 為參數。(b)、(d)為定量泵補償固定 $C_p = 144$ ，以流量 \bar{Q} 為參數。



定量泵補償及毛細管節流器在靜態載力 $W_s = 1$ 作用下之靜態反應，如圖 11(a)；在動態力 $W_d = 1$ 及 $\Omega = 0.5$ 作用下之動態反應，如圖 11(b)；在外力 $W_s = W_d = 1$ 作

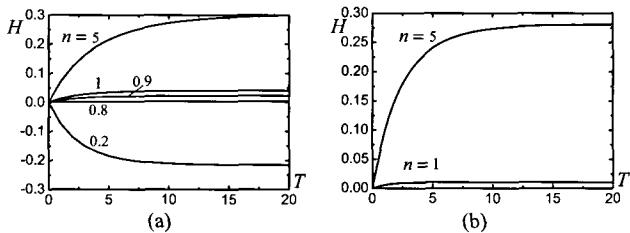


圖 9 毛細管節流器與定量泵補償在激振為步階反應函數以比例常數 n 為參數之反應振幅 H 隨無因次時間 T 之步階激振反應 (固定 $W_s = 4$ 、 $C_p = 144$)：(a) 毛細管節流器，(b) 定量泵補償

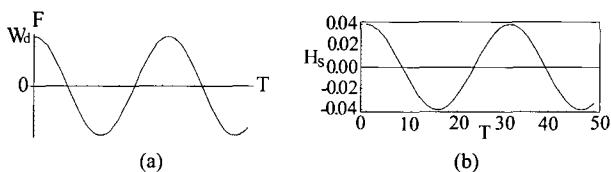


圖 10 簡諧激振及其反應

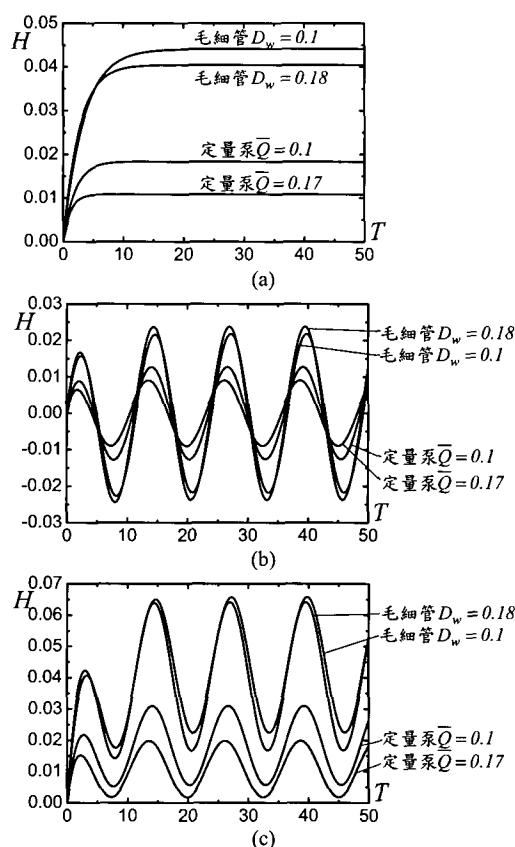


圖 11 毛細管節流器及定量泵補償 (固定 $C_p = 36$)，(a) 只有 $W_s = 1$ 的作用下之反應振幅，(b) 只有 $W_d = 1$ 及 $\Omega = 0.5$ 的作用下之反應振幅，(c) $W_s = W_d = 1$ 及 $\Omega = 0.5$ 同時作用下之反應振幅

用下之反應，如圖 11(c)，由此可知，在靜態載力與動態力一起作用下之反應振幅，與靜態載力與動態力分別作用下之反應振幅，並不滿足線性疊加的關係，必須以 W_s 及 W_d 一起作用下之反應振幅 H 求出 $H_d = \frac{H_{max} - H_{min}}{2}$ ，其中 H_{max} 為穩態後 ($\Omega = 30 \sim 50$) 振幅之最大值， H_{min} 為穩態後振幅之最小值。

如圖 12(a)、(b) 所示，毛細管節流器在固定 $D_w = 0.1$ ， $W_s = 1 \sim 5$ 時反應振幅 H_d 並無明顯變化，但到 $W_s = 7$ 時低頻反應與高頻的表現趨勢與前者不同，而最終僅能做到 $W_s < 9$ ，若 $W_s \geq 9$ 會使反應振幅 H 沒有明顯的簡諧反應；定量泵補償在 $\bar{Q} = 0.1$ ， $W_s = 1 \sim 10$ 時，靜態承載力 W_s 越大，以相同的動態力 W_d ，引致的動態振幅 H_d 越小，表示靜態承載力 W_s 越大時，定量泵補償在靜壓平面軸承油膜動剛度因 W_s 增加而增加，但若 $W_s \geq 11$ ，則使 $P_l > 1$ ，而 $\bar{Q} = 0.17$ 時，僅能做到 $W_s = 1$ 。

如圖 13 所示，固定 D_w ，在高頻 ($\Omega = 20$) 的反應振幅 H_d 均比低頻 ($\Omega = 1$) 來的好，若以 $C_p = 144$ 來看，圖 13(a) 之最小反應振幅 H_d 發生在 $D_w = 0.03$ ，圖 13(b)、(c)、(d) 則分別在 $D_w = 0.06$ 、 0.06 、 0.09 有最小反應振幅 H_d ，而高頻的反應振幅較低頻小 18 倍，加大靜態承載力 W_s ，選取的 C_p 若過小會使 $P_l > 1$ ，因實際上不使其發生，所以 C_p 從 20 開始作，但能選用的 D_w 範圍隨 C_p 之遞增而增加。

如圖 14 所示，在定量泵補償中，改變靜態承載力 W_s ，對於反應振幅 H_d 並無明顯變化，但 C_p 值與 \bar{Q} 值的選取範圍有很明顯的差異，比較圖 14(a)與 14(b)，當靜態承載力 W_s 增加到 9 時， C_p 最小僅能由 36 開始作，其所能選取的 \bar{Q} 值範圍也僅僅只在 0.05~0.11 之間；

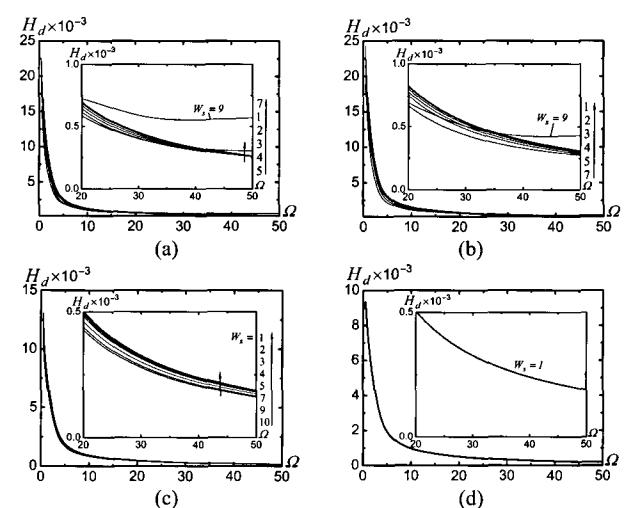


圖 12 毛細管節流器及定量泵補償之靜壓軸承工作台受簡諧激振反應振幅 H_d 隨無因次激振頻率 Ω 之變化 (固定 $C_p = 36$ 、 $W_d = 1$)：(a) $D_w = 0.1$ ，(b) $D_w = 0.18$ ，(c) $\bar{Q} = 0.1$ ，(d) $\bar{Q} = 0.17$

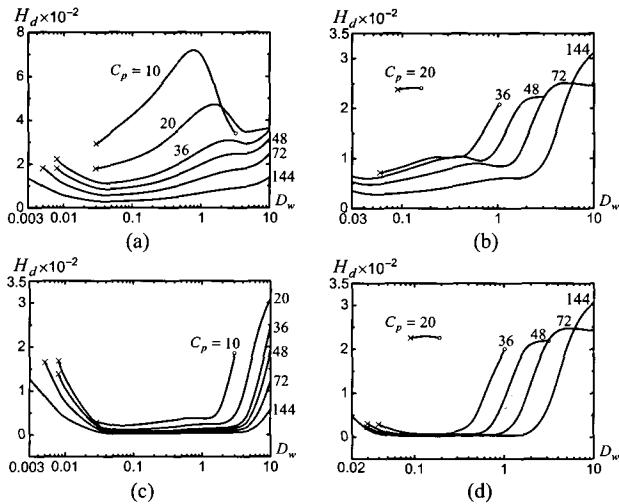


圖 13 毛細管節流器受簡諧激振反應振幅 H_d 隨節流係數 D_w 之變化
(固定 $W_d = 1$)：(a) $\Omega = 1, W_s = 1$ ，(b) $\Omega = 1, W_s = 9$ ，
(c) $\Omega = 20, W_s = 1$ ，(d) $\Omega = 20, W_s = 9$

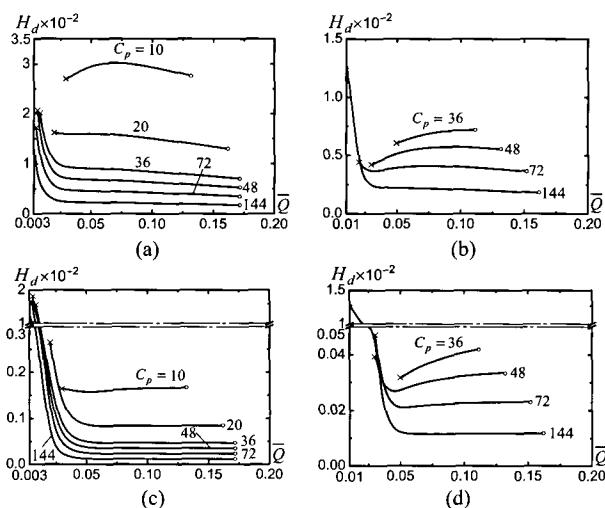


圖 14 定量泵補償受簡諧激振反應振幅 H_d 隨無因次流量 \bar{Q} 之變化
(固定 $W_d = 1$)：(a) $\Omega = 1, W_s = 1$ ，(b) $\Omega = 1, W_s = 9$ ，
(c) $\Omega = 20, W_s = 1$ ，(d) $\Omega = 20, W_s = 9$

比較圖 14(a)與 14(c)，改變激振頻率 Ω ，在高頻時反應振幅要比低頻時的反應振幅小 15 倍，而最佳的流量 \bar{Q} 選取範圍在 $0.15 \sim 0.17$ 。

VI. 結論

- 定量泵無論在施以步階力、簡諧力或兩者均施加，其反應振幅都較毛細管節流器來的小，也就是說，以相同的設計參數，定量泵使工作台有較佳的剛度。
- 僅單純施以步階力，定量泵在兩流量相等的情況下，無因次流量的最佳值為 0.176，而毛細管無因次節流係數之最佳值為 0.18。
- 毛細管節流器同時施以步階及簡諧力，在高頻時的反應振幅較低頻小，在不同供油壓力與頻率的情況下，選取節流係數範圍在 $0.03 \sim 0.09$ 可獲得最小的振幅。
- 使用定量泵補償在增加靜態負載，固定動態力時，供油壓力不得過小，其流量選用範圍也隨著負載增加而減少。

參考文獻

- [1] S. B. Malanoski and A. M. Loeb, "The effect of the method compensation on hydrostatic bearing stiffness," *Transaction of the ASME, Journal of Basic Engineering*, vol. 83, no. 2, pp. 179-187, 1961.
- [2] V. S. Telingater, "Hydrostatic slideways using standard bearings," *Machines and Tooling*, vol. 43, pp. 15-20, 1972.
- [3] S. M. Rohde and H. A. Ezzat, "On the dynamic behavior of hybrid journal bearings," *Transaction of the ASME, Journal of Lubrication Technology*, vol. 98, no. 1, pp. 90-94, 1976.
- [4] 孟昭焱、孟心齊和陳樹謙，「開式液體靜壓導軌靜態特性與最佳參數」，洛陽工學院學報，第 21 卷，第 4 期，第 43-47 頁，2000。
- [5] S. C. Sharma, S. C. Jain, and D. K. Bharuka, "Influence of recess shape on the performance of a capillary compensated circular thrust pad hydrostatic bearing," *Tribology International*, vol. 35, pp. 347-365, 2002.
- [6] D. Wang, "Hydrostatic slideway and its design research," *Lubrication Engineering*, no. 4, pp. 114-118, 2004.
- [7] Y. Kang, J. L. Lee, H. C. Huang, C. Y. Lin, H. H. Lee, and D. X. Peng, "Design for static stiffness of hydrostatic plain bearings: constant compensations," *Industrial Lubrication and Tribology*, 2009.

