

層狀土層中匯點引致沈陷之數值模式

邱耀正¹ 許樹勇² 蔡仁卓²

關鍵詞：地層下陷，匯點，層狀土層，連續勁度法。

摘要

本文探討層狀土層中匯點引致之地層下陷之數值模式。文中將土壤模擬為平面應變之均向飽和多孔層狀土層，然後應用以邊界元素法為基礎之連續勁度法解析。由文中數值結果顯示，層狀土層中匯點引致之沈陷量主要受土層之剛度、透水性及邊界條件影響；土層剛度愈小、匯點所在土層滲流係數愈小以及不透水地表，所造成之沈陷量愈大。此外，自匯點抽取之水量愈大且匯點深度愈深，匯點所產生之地表沈陷量亦愈大。

A NUMERICAL MODEL FOR LAND SUBSIDENCE DUE TO A SINK IN LAYERED SOILS

Yaw-Jeng Chiou, Shue-Yeong Chi and Ren-Jwo Tsay

Department of Civil Engineering
National Cheng Kung University
Tainan, Taiwan 70101, R.O.C.

Key Words: land subsidence, sink, layered soils, successive stiffness method.

ABSTRACT

A numerical model for land subsidence due to a sink in layered soils is studied. The soil is modelled as a plane strain isotropic fluid saturated layered porous medium. The successive stiffness method based on the boundary element method is adopted for the numerical analysis. The results show that the land subsidence due to a sink in layered soils is affected by the stiffness of soil layer as well as the permeability of the soil and the boundary conditions. The soil layer with smaller stiffness, lower permeability of the sink layer, and impervious top surface will induce larger land subsidence. In addition, as the volume of withdrawal and the sink depth become greater, as the subsidence will be induced.

一、緒論

抽水引致之地層下陷主要由於(1)土壤內部的孔隙水壓降低，(2)地下水位洩降；該兩項因素使作用於固體土壤之有效應力增加而導致地盤沈陷。

對於土壤沈陷問題之學理研究，自Terzaghi[1]以有效應力之觀念提出一維壓密理論解析大地工程中之壓密沈陷問題後，後續相關之研究不勝枚舉。Biot[2]擴充Terzaghi之一維壓密理論提出三維彈性飽和多孔介質之壓密模式，該模式充分考慮孔隙水壓與土壤介質之互制作

¹ 國立成功大學土木工程學系副教授

² 國立成功大學土木工程學研究所研究生

用行為，已普遍為大多數學者接受及引用。唯由於 Biot 之多孔介質模式之控制方程式過於複雜，其解析解泰半限於理想之幾何形狀、邊界條件與載重。早期 Biot[2] 利用運算微積分解析土壤在理想之幾何形狀以及特殊載重與邊界條件下之壓密行為，之後 McNamee 與 Gibson[3]、Gibson 等[4] 利用位移函數解析平面應變與軸對稱土壤在地表載重下之壓密解。最近，Tarn 與 Lu[5] 推導橫斷面均向性飽和多孔介質之全平面及半平面之穩態基本解，Sadiku[6] 利用 Laplace 變換及 Fourier 級數解析一維之層狀土壤壓密行為，Fallou 等[7] 利用微擾理論解析含低滲透性黏土層之層狀土壤因抽水所導致之地表下陷問題。此外，Bear 與 Corapcioglu[8,9] 利用對含水層厚度積分之數學模式探討抽水引起之區域地層下陷。而對於較複雜幾何形狀之邊界值問題，大部份學者採用數值解析方法。Sandhu 與 Wilson[10] 首先應用 Biot 之多孔介質模式，以有限元素法解析地下水滲流問題；後續學者之研究陸續將此數值模式修正與擴充。但大地工程問題泰半為無限域或半無限域之邊界值問題，應用有限元素法處理此類問題需解龐大之聯立方程式，且應用有限元素法解析 Biot 之多孔介質在數值解析上亦存在數值穩定問題[11]。於是應用邊界元素法解析 Biot 之多孔介質以及相關工程問題引起學者之興趣[12-15]。Cheng[12] 建立多孔介質邊界元素法解析模式，並將其應用於土壤沈陷分析。Nishimura 與 Kobayashi[13] 提出 Biot 多孔介質之邊界積分數值模式探討平面應變土壤之沈陷問題，並以有限積分方法克服奇異邊界積分。Kuroki 等[14] 提出非耦合多孔介質模式解析平面應變之壓密沈陷問題，並藉此模式避免複雜之奇異邊界積分。Aramaki[15] 應用非耦合多孔介質模式[14] 探討含高滲透性土層之土壤的沈陷分析。此外，除有限元素法與邊界元素法之數值模式外，Booker 與 Small[16,17] 應用積分變換法，提出有限層法解析平面應變及軸對稱土壤之壓密問題。

本文應用非耦合多孔介質模式[14] 探討層狀土層中匯點引致之地層下陷問題。文中將土壤模擬為平面應變之均向飽和多孔層狀土層，然後應用時間前進法[18]、邊界元素法與連續勁度法[19] 解析匯點引致之地層下陷問題。文中首先建立分析之數學模式以及數值解析方法與計算流程，然後針對土壤各土層材料及幾何性質等對地表沈陷量之影響作數值探討。

二、分析模式

本文以非耦合多孔介質模式探討層狀土層中匯點引致土壤內部之孔隙水壓降低而導致之地層下陷，文中假設土壤為平面應變之均向飽和多孔層狀土層，土壤應變為微小應變，孔隙水流動緩慢且滿足達西定律 (Darcy's law)，地下水位之變化忽略不計。

如一飽和多孔介質中單位體積內之孔隙水以 Q 之變率補注，則其平衡方程式與連續方程式[9] 分別為

$$\sigma_{ij,j} + F_i = 0 \quad (1)$$

$$q_{i,i} + n\beta \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial e}{\partial t} - Q = 0 \quad (2)$$

式中 σ_{ij} 為總應力 (張力為正)， F_i 為徹體力， n 為孔隙率， β 為孔隙水壓縮係數， e 為體積應變， p 為超額孔隙水壓 (壓力為正)， q_i 為孔隙水與多孔介質間之相對速度，

$$q_i = -\frac{k}{\gamma_w} p_{,i} \quad (3)$$

式中 k 為滲透係數， γ_w 為孔隙水之單位重。

一小變形之彈性飽和多孔介質的變位—應變關係與應力—應變關係為

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (4)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} - p\delta_{ij} = C_{ijkl}\epsilon_{kl} - p\delta_{ij} \quad (5)$$

式中 ϵ_{ij} 為介質應變， u_i 為介質位移， σ'_{ij} 為有效應力 [1]， δ_{ij} 為 Kronecker-delta， C_{ijkl} 為介質之彈性材料係數。

將(4)式之變位—應變關係與(5)式之應力—應變關係代入(1)式，可得均向之彈性飽和多孔介質的平衡方程式為

$$G\nabla^2 u_i + \frac{G}{1-2\nu}e_{,i} - p_{,i} + F_i = 0 \quad (6)$$

式中 G 為剪力模數， ν 為柏松比。

將(3)式之孔隙水速度與(5)式之總應力、有效應力關係代入(2)式之連續方程式可得

$$-\frac{k}{\gamma_w}\nabla^2 p + \frac{1+n\beta K}{K}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{K}\frac{\partial \sigma_{vol}}{\partial t} - Q = 0 \quad (7)$$

式中 $\sigma_{vol} = Ke$ 為總體積應力， K 為體積應變模數，

$$K = \frac{E}{2(1+\nu)(1-2\nu)}$$

式(6),(7)滿足之邊界條件為

$$u_i = \bar{u}_i \quad \text{於 } \Gamma_u \quad (8)$$

$$\sigma_{ij}n_j = \bar{t}_i \quad \text{於 } \Gamma_\sigma \quad (9)$$

$$p = \bar{p} \quad \text{於 } \Gamma_p \quad (10)$$

$$q_i n_i = \bar{q} \quad \text{於 } \Gamma_q \quad (11)$$

式中 n_i 為邊界 Γ 之單位法向量於 i 方向的分量， $\Gamma_u \cup \Gamma_\sigma = \Gamma$ ， $\Gamma_p \cup \Gamma_q = \Gamma$ ， \bar{u}_i 、 \bar{t}_i 、 \bar{p} 與 \bar{q} 代表位於邊界之位移、作用力、超額孔隙水壓力、與孔隙水流速。

本文採用時間前進法[18] 將時間分隔，使每一時間間隔之起始狀態為前一時間間隔之終止狀態，且假設在任一時間間隔內，(6)式中之超額孔隙水壓 p 及(7)式中之總體積應力變化率 $\partial \sigma_{vol}/\partial t$ 為定值，則(6)及(7)式變為非耦合多孔介質模式[14] 之控制方程式。(6)式中之變數雖

與時間相關，但因超額孔隙水壓 p 在任一時間間隔內假設為定值，故在此時間間隔內，(6) 式仍屬於靜態問題。

應用交換定理，一均質均向之彈性飽和非耦合多孔介質的邊界積分方程式[20] 可推導為

$$\begin{aligned} c_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} T_{ij}^*(x; \xi)u_j(x)d\Gamma \\ = \int_{\Gamma} T_j(x)u_{ij}^*(x; \xi)d\Gamma + \int_{\Omega} p\delta_{kl}\epsilon_{kli}^*(x; \xi)d\Omega \end{aligned} \quad (12)$$

$$c(\xi)p(\xi, t) = \int_{\Gamma} \int_0^t [p(x, \tau)q^*(x, t - \tau; \xi) - p^*(x, t - \tau; \xi)q(x, \tau)] d\tau d\Gamma$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{K} \int_{\Omega} \int_0^t p^*(x, \tau; \xi) \frac{\partial \sigma_{vol}}{\partial t} d\tau d\Omega \\ + Q_0 \int_0^t p^*(\eta, t - \tau; \xi) d\tau + \frac{k}{\lambda \gamma_w} \int_{\Omega} p^*(x, t; \xi) p_0(x, 0) d\Omega \end{aligned} \quad (13)$$

式中 c_{ij} 與 c 為常數， x, ξ, η 分別為域點 (field point)、源點 (source point) 及匯點 (sink point)， u_{ij}^* , T_{ij}^* , p^* , 及 q^* 為基本解[18]，且

$$\lambda = \frac{kK}{\gamma_w(1 + n\beta K)}$$

(12) 式與 (13) 式為飽和多孔介質壓密沈陷之非耦合邊界積分方程式。以 (12) 式求內部點應力時，等號右邊最後一項本身即含 r^{-1} 之奇異性，若微分再代入虎克定律求應力時，則將產生 r^{-2} 之高階奇異性。為避免處理高階奇異積分，本文以 Green 定理將 (12) 式中之 ϵ_{kli}^* 降階，再代回求內部點之有效應力為

$$\begin{aligned} \sigma'_{ij}(\xi) = \int_{\Gamma} u_{ijk}^*(x; \xi) [T_k(x) + pn_k] d\Gamma \\ - \int_{\Gamma} T_{ijk}^*(x; \xi) u_k(x) d\Gamma - \int_{\Gamma} u_{ijk}^*(x; \xi) p_{,k} d\Omega \end{aligned} \quad (14)$$

式中 u_{ijk}^* 與 T_{ijk}^* 為基本解 u_{ij}^* , T_{ij}^* 之微分所推導之張量函數。

(14) 式中之域內積分僅含 r^{-1} 之奇異性，可將卡氏坐標轉換為極坐標，再配合主值積分求得積分值。此外，(14) 式與傳統邊界積分方程式比較僅多出域內積分項，而其中之基本解已完整建立，故內部點有效應力可輕易求得。

三、數值方法

本文以時間前進法解析 (12) 及 (13) 式，(13) 式對時間變數積分上下限則隱含為時間 t_{i-1} 至 t_i 。求解時，先解 (13) 式求得超額孔隙水壓後代入 (12) 式求土壤邊界位移及曳引力，然後將超額孔隙水壓與土壤邊界位移、曳引力代入 (14) 式求得土壤之有效應力與總體積應力，再將總體

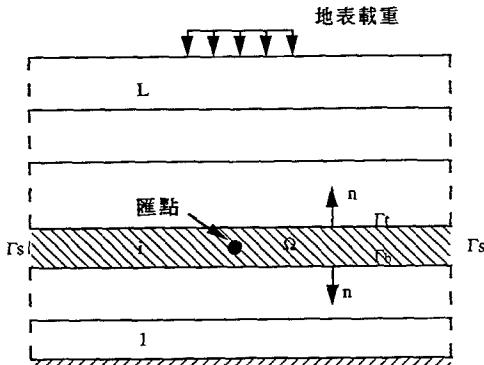


圖 1 層狀土壤幾何示意圖

積應力及此時之孔隙水壓力作為下一時段初始值代入 (13) 式解析，如此疊代計算至穩定狀態。而在起始之第 1 個時間間隔內，總體積應力、體積應力變化率及初始超額孔隙水壓力皆為零。(13) 式中總體積應力變化率，可由後差分表示為

$$\frac{\partial \sigma_{vol}^{i-1}}{\partial t} = \frac{\sigma_{vol}^{i-1} - \sigma_{vol}^{i-2}}{t_{i-1} - t_{i-2}} \quad (15)$$

如圖 (1) 所示，本文假設土壤為層狀且每層為均質、均向之水飽和多孔介質。今取第 i 層為代表，在第 f 時段內，將 (12) 式及 (13) 式離散化，如對時間變數積分以常函數內插，對空間變數積分以線性函數內插，則可得

$$\mathbf{H}^i \mathbf{P}^i = \mathbf{G}^i \mathbf{Q}^i + \mathbf{A}^i \quad (16)$$

$$\bar{\mathbf{H}}^i \mathbf{U}^i = \bar{\mathbf{G}}^i \mathbf{T}^i + \mathbf{M}^i \quad (17)$$

式中

$$h_{ij} = \frac{1}{2} \delta_{ij} - \int_{\Gamma_j} \int_{t_{f-1}}^{t_f} q^*(x, t_f - \tau; \xi^i) d\tau d\Gamma_j \quad (18)$$

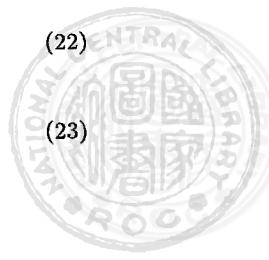
$$g_{ij} = - \int_{\Gamma_j} \int_{t_{f-1}}^{t_f} p^*(x, t_f - \tau; \xi^i) d\tau d\Gamma_j \quad (19)$$

$$\begin{aligned} a_i = -\frac{1}{K} \int_{\Omega_j} \int_{t_{f-1}}^{t_f} p^*(x, \tau; \xi^i) d\tau d\Omega_j \left(\frac{\partial \sigma_{vol}^{f-1}}{\partial t} \right)_j \\ + Q_0 \int_{t_{f-1}}^{t_f} p^*(\eta, t - \tau; \xi^i) d\tau \\ + \frac{k}{\lambda \gamma_w} \int_{\Omega_j} p^*(x, t; \xi^i) d\Omega_j p_{f-1}^j(x, 0) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\bar{h}_{ij} = c_{ij} + \int_{\Gamma_j} T_{kl}^*(x; \xi^i) d\Gamma_j \quad (21)$$

$$\bar{g}_{ij} = \int_{\Gamma_j} u_{kl}^*(x; \xi^i) d\Gamma_j \quad (22)$$

$$\mathbf{m}_i = \int_{\Omega_j} \delta_{kl} \epsilon_{klo}^*(x; \xi^i) d\Omega_j p^j(x, t_f) \quad (23)$$



其中(21),(22)式分別為 2×2 之矩陣，(23)式為含二元素之向量， $\mathbf{P}, \mathbf{Q}, \mathbf{U}, \mathbf{T}$ ，分別為邊界點超額孔隙水壓力、孔隙水流梯度、土壤位移及曳引力組成之向量。(18)–(20)式中牽涉空間變數及時間變數之積分，本文以解析積分先求時間變數積分，再對空間變數部份作數值積分。文中對時間變數之積分，為使對時間之解析積分後，在數值運算時具收斂性，本文取時間間隔 Δt 與邊界元素大小 $\Delta\Gamma$ 之關係[14]為

$$\Delta\Gamma \approx \sqrt{2\lambda\Delta t} \quad (24)$$

如將孔隙水流梯度與曳引力表示為超額孔隙水壓力與土壤位移之函數，則由(16)及(17)式可得

$$\mathbf{Q}^i = (\mathbf{G}^i)^{-1}(\mathbf{H}^i \mathbf{P}^i - \mathbf{A}^i) = \mathbf{F}^i \mathbf{P}^i - \mathbf{D}^i \quad (25)$$

$$\mathbf{T}^i = (\bar{\mathbf{G}}^i)^{-1}(\bar{\mathbf{H}}^i \mathbf{U}^i - \mathbf{M}^i) = \mathbf{K}^i \mathbf{U}^i - \mathbf{N}^i \quad (26)$$

如圖(1)所示，將(25)式及(26)式沿邊界分隔為三部份，即上邊界 Γ_t^i ，下邊界 Γ_b^i ，及側邊界 Γ_s^i ，則可得

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{q}_t^i \\ \mathbf{q}_b^i \\ \mathbf{q}_s^i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_{tt}^i & \mathbf{F}_{tb}^i & \mathbf{F}_{ts}^i \\ \mathbf{F}_{bt}^i & \mathbf{F}_{bb}^i & \mathbf{F}_{bs}^i \\ \mathbf{F}_{st}^i & \mathbf{F}_{sb}^i & \mathbf{F}_{ss}^i \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_t^i \\ \mathbf{p}_b^i \\ \mathbf{p}_s^i \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \mathbf{D}_t^i \\ \mathbf{D}_b^i \\ \mathbf{D}_s^i \end{Bmatrix} \quad (27)$$

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{t}_t^i \\ \mathbf{t}_b^i \\ \mathbf{t}_s^i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{K}_{tt}^i & \mathbf{K}_{tb}^i & \mathbf{K}_{ts}^i \\ \mathbf{K}_{bt}^i & \mathbf{K}_{bb}^i & \mathbf{K}_{bs}^i \\ \mathbf{K}_{st}^i & \mathbf{K}_{sb}^i & \mathbf{K}_{ss}^i \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_t^i \\ \mathbf{u}_b^i \\ \mathbf{u}_s^i \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \mathbf{N}_t^i \\ \mathbf{N}_b^i \\ \mathbf{N}_s^i \end{Bmatrix} \quad (28)$$

若側邊界取得足夠遠，則側邊界之邊界條件可取 $\mathbf{u}_s^i = 0, \mathbf{p}_s^i = 0$ 。而對於上、下邊界，本文考慮三種情況之邊界條件：(1) 地表面為透水邊界，而剛性基底為不透水之邊界，則 $\mathbf{u}_b^1 = 0, \mathbf{t}_t^L = f(x), \mathbf{p}_t^L = 0, \mathbf{q}_t^1 = 0$ ，式中 $f(x)$ 為地表載重；(2) 地表面及剛性基底皆為透水邊界，則 $\mathbf{u}_b^1 = 0, \mathbf{t}_t^L = f(x), \mathbf{p}_t^L = 0, \mathbf{p}_b^1 = 0$ ；(3) 地表面為不透水邊界，剛性基底為透水邊界，則 $\mathbf{u}_b^1 = 0, \mathbf{t}_t^L = f(x), \mathbf{p}_t^L = 0, \mathbf{p}_b^1 = 0$ 。由各邊界條件，加上層與層間之位移、曳引力、孔隙水壓力及孔隙水流梯度之連續條件 $\mathbf{u}_t^i = \mathbf{u}_b^{i+1}, \mathbf{t}_t^i + \mathbf{t}_b^{i+1} = 0, \mathbf{p}_t^i = \mathbf{p}_b^{i+1}, \mathbf{q}_t^i + \mathbf{q}_b^{i+1} = 0$ ，再藉由矩陣分割及運算，則可求得各層之等值勁度疊代式[20]分別為

(1). 地表面為透水邊界，剛性基底為不透水邊界

$$\mathbf{q}_b^i = \hat{\mathbf{F}}^i \mathbf{p}_b^i - \hat{\mathbf{D}}^i \quad (29)$$

$$\mathbf{t}_t^i = \hat{\mathbf{K}}^i \mathbf{u}_t^i - \hat{\mathbf{N}}^i \quad (30)$$

式中

$$\hat{\mathbf{F}}^i = \mathbf{F}_{bb}^i - \mathbf{F}_{bt}^i \left(\hat{\mathbf{F}}^{i+1} + \mathbf{F}_{tt}^i \right)^{-1} \mathbf{F}_{tb}^i \quad (31)$$

$$\hat{\mathbf{D}}^i = \mathbf{D}_b^i - \mathbf{F}_{bt}^i \left(\hat{\mathbf{F}}^{i+1} + \mathbf{F}_{tt}^i \right)^{-1} \left(\hat{\mathbf{D}}^{i+1} + \mathbf{D}_t^i \right) \quad (32)$$

$$\hat{\mathbf{K}}^i = \mathbf{K}_{tt}^i - \mathbf{K}_{tb}^i \left(\hat{\mathbf{K}}^{i-1} + \mathbf{K}_{bb}^i \right)^{-1} \mathbf{K}_{bt}^i \quad (33)$$

$$\hat{\mathbf{N}}^i = \mathbf{N}_t^i - \mathbf{K}_{tb}^i \left(\hat{\mathbf{K}}^{i-1} + \mathbf{K}_{bb}^i \right)^{-1} \left(\hat{\mathbf{N}}^{i-1} + \mathbf{N}_b^i \right) \quad (34)$$

剛性基底之超額孔隙水壓力可由(29)式取*i* = 1，然後代入剛性基底之不透水邊界條件推導為

$$\hat{\mathbf{p}}_b^1 = \left(\hat{\mathbf{F}}^1 \right)^{-1} \hat{\mathbf{D}}^1 \quad (35)$$

同理，地表土壤位移可由(30)式取*i* = *L*，代入地表載重已知之邊界條件推導為

$$\mathbf{u}_t^L = \left(\hat{\mathbf{K}}^L \right)^{-1} \left(\mathbf{t}_t^L + \hat{\mathbf{N}}^L \right) \quad (36)$$

(2). 地表面及剛性基底皆為透水邊界時，位移方程式如(30)式及(36)式，而孔隙水壓方程式為

$$\mathbf{q}_t^i = \hat{\mathbf{F}}^i \mathbf{p}_t^i - \hat{\mathbf{D}}^i \quad (37)$$

式中

$$\hat{\mathbf{F}}^i = \mathbf{F}_{tt}^i - \mathbf{F}_{tb}^i \left(\hat{\mathbf{F}}^{i-1} + \mathbf{F}_{bb}^i \right)^{-1} \mathbf{F}_{bt}^i \quad (38)$$

$$\hat{\mathbf{D}}^i = \mathbf{D}_t^i - \mathbf{F}_{tb}^i \left(\hat{\mathbf{F}}^{i-1} + \mathbf{F}_{bb}^i \right)^{-1} \left(\mathbf{D}^{i-1} + \hat{\mathbf{D}}_b^i \right) \quad (39)$$

地表之孔隙水流梯度可由(37)式取*i* = *L*，代入地表透水邊界條件推導為

$$\mathbf{q}_t^L = -\hat{\mathbf{D}}^L \quad (40)$$

(3). 地表面為不透水邊界，剛性基底為透水邊界時，位移方程式如(30)式及(36)式，而孔隙水壓方程式如(37)式。地表之超額孔隙水壓力可由(37)式取*i* = *L*，代入地表不透水邊界條件推導為

$$\mathbf{p}_t^L = \left(\hat{\mathbf{F}}^L \right)^{-1} \hat{\mathbf{D}}^L \quad (41)$$

四、數值結果與討論

本文數值範例所引用之代表性參數分別為：

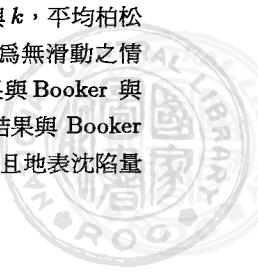
彈性模數 $E = 20 MPa$,

土壤孔隙率 n 及孔隙水壓縮係數 β 之積, $n\beta = 6.5 \times 10^{-11} m^2/N$,

滲流係數 k 與孔隙水單位重 γ_w 之比, $k/\gamma_w = 2.6 \times 10^{-13} m^4/Ns$,

匯點抽水量 $Q_0 = 0.001 m^2/s$ 。

圖(2)為單層土層承受地表載重，土層厚度與載重半寬比為2，土壤彈性模數與滲流係數為 E 與 k ，平均柏松比 $\nu = 0$ ，地表透水，且不透水剛性基底為無滑動之情況，地表中心點變位與時間之關係本文結果與Booker與Small[16]結果比較圖。由圖中可看出本文結果與Booker與Small[16]所發表之結果比較頗為符合，且地表沈陷量



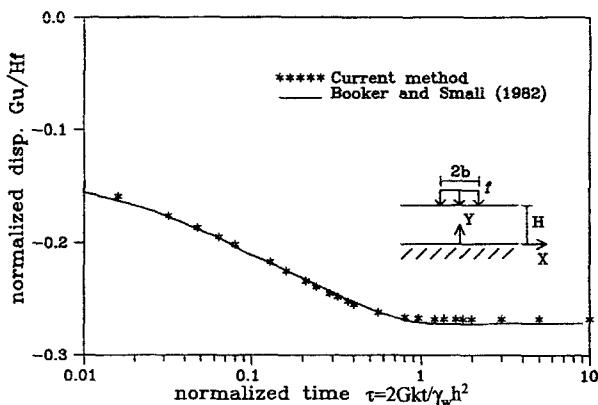


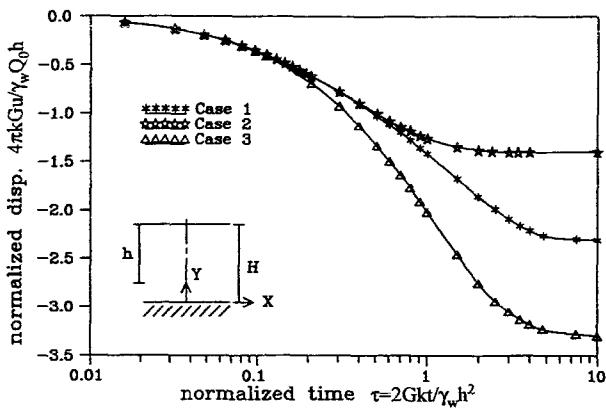
圖 2 平面應變之單層土層承受地表載重時，地表中心壓密沉陷量與時間之關係本文結果與 Booker 與 Small(1982) 結果比較圖 (Rough and impervious rigid base, $H/b = 2$, $Y/H = 1$, $X/H = 0$, $\nu = 0$)

隨時間增加而遞增至穩態時趨近於定值。

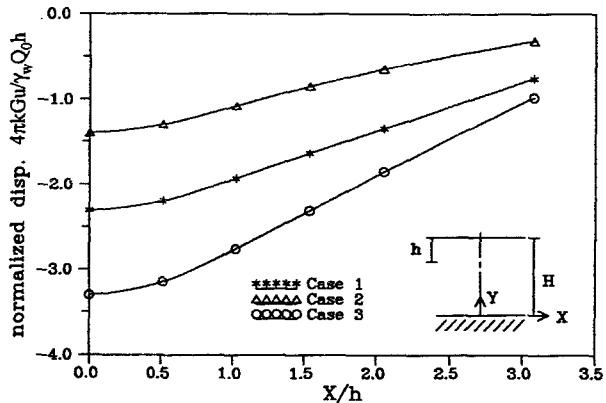
圖(3)為單層土層，土壤彈性模數與滲流係數為 E 與 k ，平均柏松比 $\nu = 0.3$ ，在三種不同之地表與基底邊界條件下，距地表 h 之匯點且其抽水量為 Q_0 引致之地表中心點沈陷量與時間之關係圖(圖(3a))及穩態時地表之變位分佈圖(圖(3b))。由圖中可見，在土層材料固定情況下，匯點引致之地層下陷隨離匯點距離遞增而遞減且明顯地受地表與基底之邊界條件影響；地表不透水而剛性基底透水之邊界條件(case3)導致最大之沈陷量，其次為地表透水而剛性基底不透水情況(case1)，而地表及剛性基底皆透水之邊界(case2)產生之沈陷量最小。因匯點引致之超額孔隙水壓由零起隨時間之增加而遞增至穩態時趨近於定值(圖(4))；當超額孔隙水壓愈快達到穩態，則其值愈小，致使土層之壓密沈陷量愈小。由圖(4)可見地表不透水而剛性基底透水之邊界條件(case3)之孔隙水壓最慢達到穩態，故其孔隙水壓降低最多且壓密沈陷量最大。

圖(5)-(7)所示分別為與圖(3)相同之土層在不同匯點抽水量、不同匯點深度、與不同土層剛度等條件下所造成之地表中心點沈陷量與時間之關係圖。圖(6)、(7)之匯點抽水量皆為 Q_0 ，由圖中可見，匯點之抽水量愈大、匯點深度愈深以及土壤剛度愈小，匯點所導致之地表沈陷量愈大。

圖(8)為三層土層在三種不同之地表與基底邊界情況下，匯點抽水量為 Q_0 且位於第三層土層時改變第三層滲流係數之地表中心點變位與時間關係圖(圖(8a))及穩態時地表之變位分佈圖(圖(8b))；圖中匯點深度 h 與土層總深度 H 之比為 0.325，各土層厚度分別為 $h_1 = 2H/3$, $h_2 = h_3 = H/6$ ，彈性模數分別為 $E_1 = E_3 = E$, $E_2 = 5E$ ，滲流係數為 $k_1 = k_3 = k$ 。圖(8)結果顯示，匯點所在土層滲流係數愈大，匯點引致之地表沈陷量愈小，且不同透水邊界之壓密沈陷量差異愈小，而隨匯點所在土層之滲流係數降低，壓密沈陷量亦隨之變大且不同透水邊界



(a)



(b)

圖 3 平面應變之單層土層在三種不同透水邊界下，(a) 地表中心壓密沉陷量與時間之關係 (b) 穩態時地表變位分佈圖 ($h/H = 0.325$, $Y/H = 1$, $\nu = 0.3$)

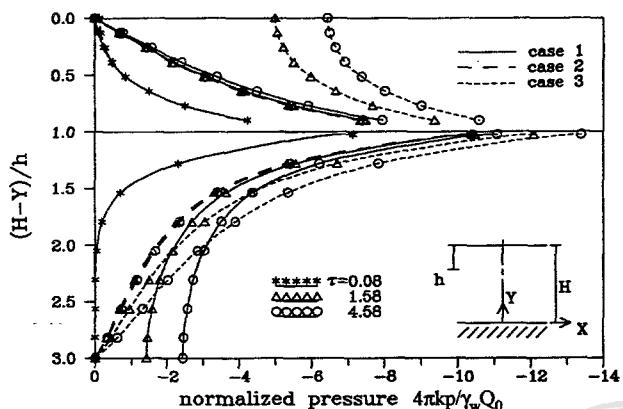


圖 4 平面應變之單層土層，超額孔隙水壓沿中心軸之分佈圖 ($h/H = 0.325$, $Y/H = 0$, $\nu = 0.3$)

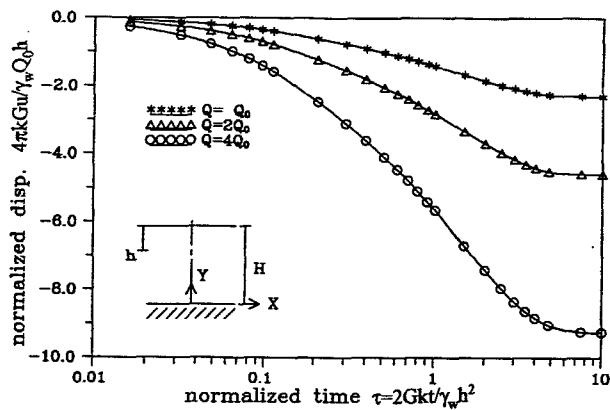


圖 5 平面應變之單層土層，不同匯點抽水量造成之地表中心壓密沉陷量與時間之關係圖 (case 1, $h/H = 0.325$, $Y/H = 1$, $X/h = 0$, $\nu = 0.3$)

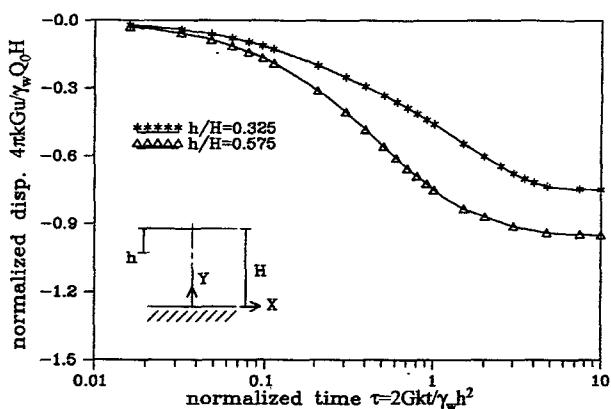
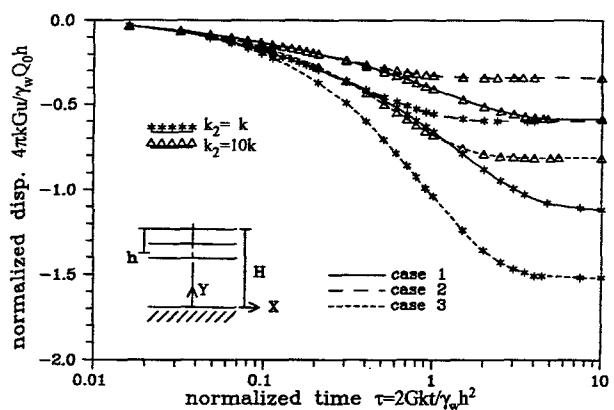


圖 6 平面應變之單層土層，不同匯點深度造成之地表中心壓密沉陷量與時間之關係圖 (case 1, $Y/H = 1$, $X/h = 0$, $\nu = 0.3$)

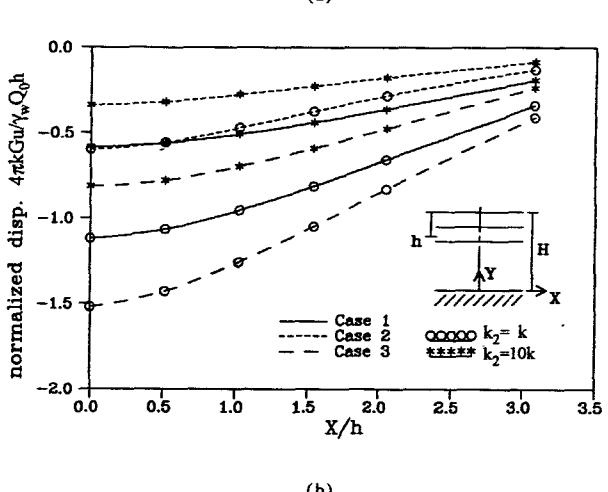


圖 8 平面應變之三層土層，匯點所在土層滲流係數不同時，(a) 地表面中心壓密沉陷量與時間之關係圖 (b) 穩態時地表面變位分佈圖 ($h/H = 0.325$, $Y/H = 1$, $\nu = 0.3$)

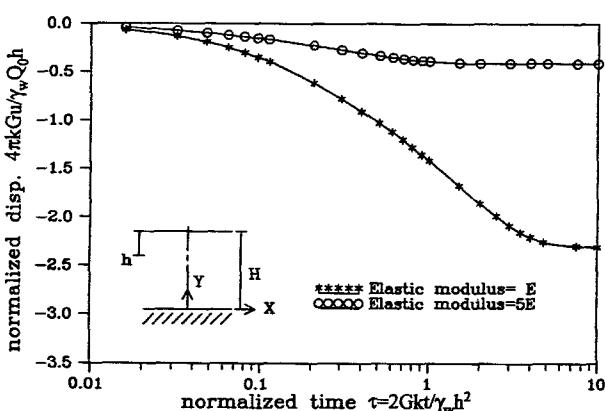


圖 7 平面應變之單層土層，不同土壤剛度造成之地表中心壓密沉陷量與時間之關係圖 (case 1, $h/H = 0.325$, $Y/H = 1$, $X/h = 0$, $\nu = 0.3$)

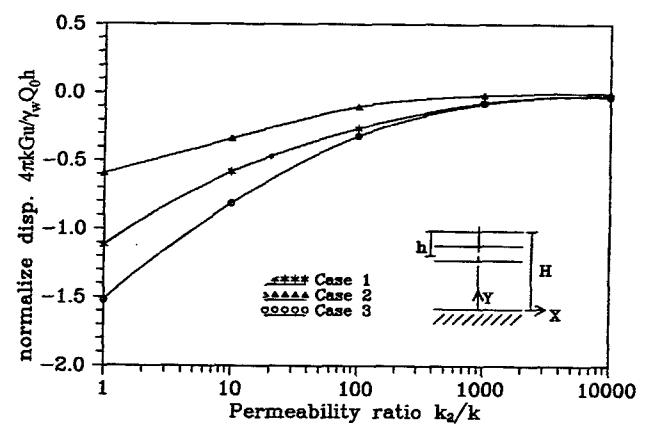


圖 9 平面應變之三層土層，穩態時匯點所在土層滲流係數與地表面中心壓密沉陷量之關係圖 ($h/H = 0.325$, $Y/H = 1$, $X/h = 0$, $\nu = 0.3$)

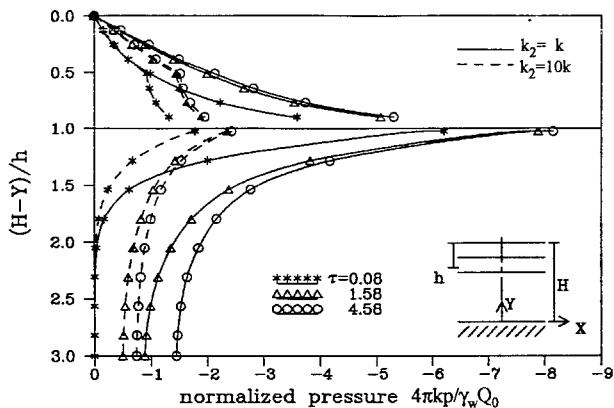


圖 10 平面應變之三層土層，超額孔隙水壓沿中心軸之分佈圖 (case 1, $h/H = 0.325$, $X/h = 0$, $\nu = 0.3$)

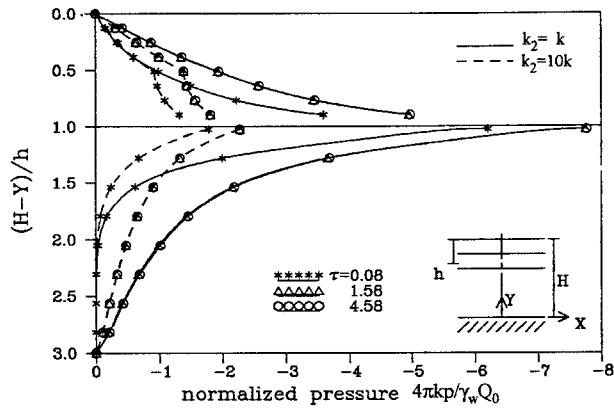


圖 11 平面應變之三層土層，超額孔隙水壓沿中心軸之分佈圖 (case 2, $h/H = 0.325$, $X/h = 0$, $\nu = 0.3$)

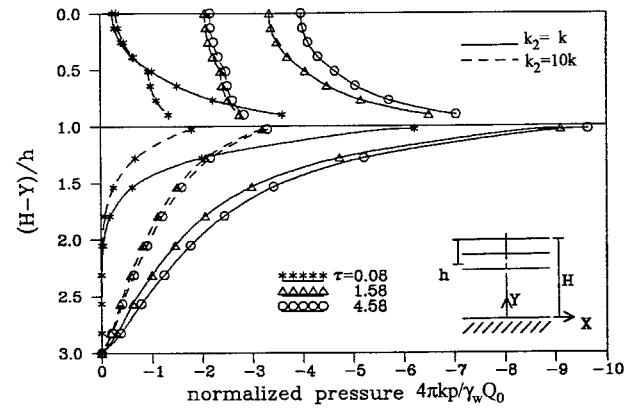


圖 12 平面應變之三層土層，超額孔隙水壓沿中心軸之分佈圖 (case 3, $h/H = 0.325$, $X/h = 0$, $\nu = 0.3$)

間之差異亦放大。圖(9)為與圖(8)相同土層，改變第二層土層之滲流係數時，第二層土層滲流係數比值與地表中心穩態時沈陷量之關係圖。圖中結果亦顯示匯點引致之地表沈陷量隨匯點所在土層滲流係數遞增而遞減，唯滲流係數與地表邊界條件對地表沈陷量變化之影響隨匯點所在土層滲流係數遞增而遞減，尤其對高滲透性抽水層（如圖(9) $k \geq 10^{-3} \text{ cm/sec}$ ），滲流係數與地表邊界條件對地表沈陷量變化之影響甚微。圖(10)-(12)為與圖(8)相同土層之超額孔隙水壓沿垂直中心軸之分佈圖。由圖中可見，在地表與基底之邊界條件固定下，匯點所在土層之滲流係數愈小，匯點所引致之超額孔隙水壓愈大，因此其地表沈陷量愈大。

五、結論

本文以非耦合飽和多孔介質模式探討層狀土層中匯點引致土壤內部之孔隙水壓降低而導致之地層下陷。文中應用邊界元素法及連續勁度法建立平面應變之數值解析模式，並針對土壤各土層材料及幾何性質等對匯點引致之地表沈陷量之影響作數值探討。由文中數值結果顯示，層狀土層中匯點引致之壓密沈陷行為主要受土層之剛度、透水性及邊界條件影響。匯點所在土層與地表之透水性愈高，匯點所造成之地表壓密沈陷量愈小。而隨匯點所在土層之滲流係數愈大，匯點所在土層與地表之透水性對地表沈陷之影響愈小，尤其當匯點所在土層之滲流係數甚大時，滲流係數與地表邊界條件對地表沈陷量變化影響甚微。此外，自匯點抽取之水量愈小、匯點深度愈淺及土層剛度愈大，其地表壓密沈陷量亦愈小。

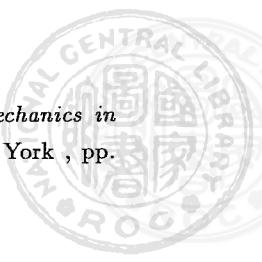
本文所建立之數值模式可初步應用模擬飽和層狀土壤連續抽水產生之地層下陷，由文中數值結果推論，如欲降低抽水所引致之地表沈陷量，抽取地下水時，抽水量不宜過大、抽水深度不宜過深，且應同時對地層作適度之改良以提高其透水性及剛度。唯抽水引致之地層下陷問題，學理上屬於部份飽和多孔介質與移動邊界問題。本文所應用之飽和多孔介質模式已將實際之土層行為理想化，如欲掌握更精確之土層反應，後續研究建議探討間歇抽水、土壤之非飽和性、地下水位因抽水所造成之變動、土壤之異向性以及非彈性土壤等參數對抽水所引致之沈陷行為之影響。

誌謝

本文為國科會專題研究計畫 (NSC81-0410-E-006-525) 之部份成果，承蒙國科會經費補助，謹此致謝。

參考文獻

- Terzaghi, K. and R. B. Peck, *Soil Mechanics in Engineering Practice*, Wiley Inc., New York, pp. 56-77 (1951).



2. Biot, M. A., "General Theory of Three-Dimensional Consolidation," *Journal of Applied Physics*, Vol. 12, No. 2, pp. 155-164 (1941).
3. McNamee, J. and R. E. Gibson, "Displacement Functions and Linear Transforms Applied to Diffusion Through Porous Media," *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, Vol. 13, pp. 98-111 (1960).
4. Gibson, R. E., R. L. Schiffman and S. L. Pu, "Plane Strain and Axially Symmetric Consolidation of a Caly Layer on a Smooth Impermeable Base," *Quaterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, Vol. 13, pp. 88-111 (1960).
5. Tarn, J. Q. and C. C. Lu, "Analysis of Subsidence Due to a Point Sink in an Anisotropic Porous Elastic Half Space," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 15, No. 8, pp. 573-592 (1991).
6. Sadiku, S., "Analytical and Computational Studies on the Consolidation of Multilayered Soils," *Engineering and Computation*, Vol. 8, pp. 181-188 (1991).
7. Fallou, S. N., C. C. Mei and C. K. Lee, "Sudsidence Due to Pumping from Layered Soil — A Perturbation Theory," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 16, pp. 157-187 (1992).
8. Bear, J. and M. Y. Corapcioglu, "Mathematical Model for Regional Land Subsidence Due to Pumping 1. Integrated Aquifer Subsidence Equation Base on Vertical Displacement Only," *Water Resources Research*, Vol. 17, No. 4, pp. 937-946 (1981a).
9. Bear, J. and M. Y. Corapcioglu, "Mathematical Model for Regional Land Subsidence Due to Pumping 2. Integrated Aquifer Subsidence Equation for Vertical and Horizontal Displacement," *Water Resources Research*, Vol. 17, No. 4, pp. 947-958 (1981b).
10. Sandhu, R. S. and E. L. Wilson, "Finite Element Analysis of Seepage in Elastic Medium", *Journal of Engineering Mechanics Division ASCE*, Vol. 95, pp. 641-651 (1969).
11. Booker, J. R. and J. C. Small, "An Investigation of the Stability of Numerical Souluation of Biot's Equation of Consolidation," *International Journal of Solids and Structure*, Vol. 11, No. 7/8, pp. 907-917 (1975).
12. Cheng, A. H-D., "Boundary Integral Equation Method for Linear Porous-Elasticity with Application to Soil Consolidation," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 20, No. 2, pp. 255-278 (1984).
13. Nishimura, N. and S. Kobayashi, "A Boundary Integral Equation Method for Consolidation Problems," *International Journal of Solids and Structure*, Vol. 25, No. 1, pp. 1-21 (1989).
14. Kuroki, T., T. Ito. and K. Onishi, "Boundary Element Method in Biot's Linear Consolidation," *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 6, No. 2, pp. 105-112 (1982).
15. Aramaki, G., "Boundary Element for Thin Layers with High Permeability in Boit's Consolidation Analysis," *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 10, No. 2, pp. 82-86 (1982).
16. Booker, J. R. and J. C. Small, "Finite Layer Analysis of Consolidation I," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 6, No. 2, pp. 151-171 (1982).
17. Booker, J. R. and J. C. Small, "Finite Layer Analysis of Consolidation II," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 6, No. 2, pp. 173-194 (1982).
18. Brebbia, C. A., J. C. F. Telles and L. C. Wrobel, *Boundary Element Techniques*, Springer-Varlag Berlin, pp. 141-236 (1984).
19. Marier G. and G. Novati, "Boundary Element Elastic Analysis of Layered Soil by Successive Stiffness Method," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 11, No. 5, pp. 435-447 (1987).
20. 邱耀正, 「抽水引致之地層下陷之數值模擬」, 國科會報告, NSC81-0410-E-006-525 (1993).

82年3月31日 收稿
 82年7月15日 修改
 82年7月26日 接受

