

# 國小五年級學童面積概念之相關研究

潘亭蓉

(臺北市立教育大學數學資訊教育研究所)

曹雅玲

(臺北市立教育大學數學資訊教育學系)

助理教授

## 摘要

本研究旨在透過筆試探討國小五年級學童在面積概念上的表現，再藉由對三位學童面談，進一步了解其解題情況與可能迷思。筆試結果發現：學童對於部分面積概念仍須加強。從訪談三位學童的過程中發現：其中兩位較具備面積概念，能理解面積公式的涵義並正確使用，會利用具體操作物解題；而另一學童則有部分迷思，包括不理解公式的涵義因而錯誤使用，不知道如何在不同的單位量之間做轉換，且受視覺影響甚鉅，即便提供操作物，仍以視覺意識解題。

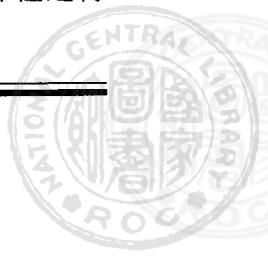
關鍵字：國小五年級學童、面積概念、測量

## 壹、緒論

### 一、研究動機

日常生活中，不難發現面積有廣泛的應用，例：這間教室有多大？這兩張紙哪一張比較大？因此從教育的觀點來說，面積是相當值得學習的概念與內容；近年國內推動九年一貫課程(2003)，提及有關面積的認知發展，從初步的概念、間接比較、個別單位的描述、單位的化聚到公式的建

立，概念才算是完整的，可見面積概念是學習者必須精熟的一部分。以「面積」概念來說，面積是透過單位量的覆蓋活動來描述其占二維空間的大小(台灣省國民學校教師研習會，2001)。然而目前我國的國小學童在面積的認知以及學習方式中，普遍只注重學習計算規則性圖形的面積以及重視面積公式的記憶，而輕忽面積概念的瞭解(譚寧君，1998)，使學生產生許多的迷思，因此若能瞭解學童的面積概念與迷思成因，不僅可幫助教學者設計適當地課程進行



教學，對學生幾何領域的學習也會產生助益。

## 二、研究目的與限制

本研究旨在在探討國小五年級學童的面積概念。除瞭解學童在面積相關問題上的表現外，並試著深入瞭解學童面積概念的解題情況與可能迷思，以提供教師在教學上的參考。

至於教師所採用的教學法、學童素質等變因，不在本研究的範圍。此外，為考量研究的方便性與效率，僅選取臺北市南區某國小一班五年級學童作為樣本，因此本研究無法推廣到樣本以外的其他學童。

## 三、研究問題

- (一) 國小五年級學童面積概念的表現為何？
- (二) 國小五年級學童面積概念的解題情況與迷思為何？

## 貳、理論背景

### 一、面積基本概念的知識探討

譚寧君(1995)指出所謂「面積」是某一二維封閉區域的大小，即指某一特定區域被數個單位量的覆蓋程度，亦即被覆蓋面的大小。事實上，面積概念的發展是兒童從知覺空間轉化為表徵空間再發展到概念空間，亦即從形成保留概念發展到測量概念的建立。因此一般說來，面積概念包含保留概念、測量概念

與估測概念，本研究針對保留概念、測量概念進行研究。分別摘述如下：

#### (一) 保留概念

意指能理解面積的大小不因其方向、位置不同而有異，亦不因其合成或分解活動而有所改變。此概念是無法透過教學活動立即建立，必須經過多次的經驗累積逐步形成(譚寧君，1998)。

高敬文(1989)曾施測1635位國小高年級學童：

若將  切成三片，再拼成



，面積一樣嗎？

結果發現只有 83.7 % 的學童認為兩者的面積相同，可見兒童在經驗保留性時的困難度是存在的。

#### (二) 測量概念

此概念的形成是從個別物件(如利用課本與墊板描述桌面大小)到個別單位(如用十張相同的報紙描述黑板大小)進而到普遍單位的使用(如用平方公分板計數)，最後知覺到面積公式的由來(國立編譯館，1999)。譚寧君(1998)在高年級面積教材分析中提及面積概念包括下述三種：

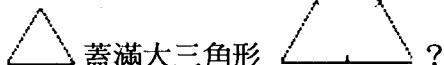
##### 1. 基本面積概念

在給定的平方單位格內點數單位面積的個數。當圖形都是整數格，可透過視覺直接點數，故較容易；若圖形包含非整數格或單位量非 1 格時，即形成面積的補償關係，此補償關係建立在面積保留概念的基礎上。



Ward(1979)曾問一群十歲的兒童們：

要用幾個邊長為其一半的小三角形

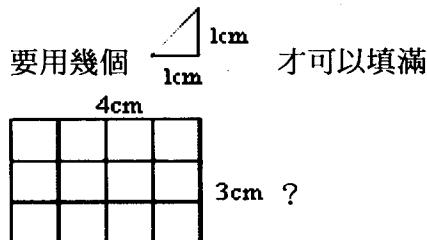


結果只有 44 % 的兒童回答正確，但卻有 25 % 的兒童回答三個，可見許多學童對面積的了解是建立在視覺的直觀上，此時必需實際拿出四個小三角形將大三角形蓋滿，再將拼湊的痕跡畫下來，兒童即能明瞭大三角形面積是由四個小三角形的面積合起來(Linda, 1984)。

## 2. 單位面積概念

此時面積的測量是透過各個不同單位量的覆蓋或拼湊而成。例如一個長 8cm 寬 4cm 的長方形，可透過不同單位量以描述面積的大小：用邊長 1cm 的正方形加以覆蓋，則可用 32 個正方形蓋滿長方形，表示長方形的面積是 32 個平方單位；若用邊長 2cm 的正方形加以覆蓋，則可用 8 個正方形蓋滿，表示長方形的面積含有 8 個平方單位。因此可知雖為同一長方形，但由於單位量的不同，故其單位數亦有不同。

The first APU Primary Survey(1980) 曾測驗 11 歲的學童們：

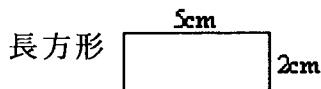


結果發現只有 70 % 的學童回答正確，可見兒童對於不同單位量之間的轉換確有其困難。

## 3. 直線測量面積概念

屬於較抽象的推理層次，包括在數學上的單位相乘關係，如長方形面積等於長乘以寬。而基本面積與單位面積則只是在單位數的累加與單位量的比較。

Ward(1979)曾測驗一群十歲小朋友：



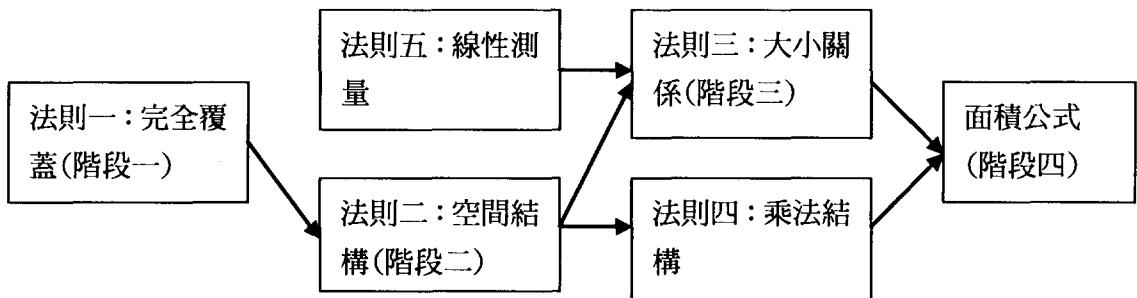
的面積是多少？

結果發現只有 35 % 的學童能夠回答出 10，卻有 32 % 的學童回答 14，足見學童相當缺乏此概念。

## 二、面積公式理解之關係性的模式

Clements & Battist 綜合 Outhred & Mitchelmore(1998，引自陳嘉皇，2002)兩人研究的階段論組成一面積公式理解之關係性的模式，認為學生需要歷經習得面積公式概念的四階段，以及配合該階段的學習法則，才能達成目標(如圖一)。此模式提出一些建議：首先須將孩子對於排列的空間結構當成是中間媒介的學習目標；其次，線性測量的相關性理解是教學中最基本的；第三，在學習面積公式前，須將面積測量與直線測量和乘法概念相互連結。如此才能確實理解面積公式而不流於背誦。





圖一 面積公式理解之關係性階段及法則之發展

### 三、「量與實測」之面積教材架構

課程架構的編制與學習內容的選擇不僅要符合時代需求，更要培養學生的數學能力。而台灣省國民學校教師研習會(2001)對國小數學教材各領域進行分析，茲將「量與實測」領域面積教材的架構理念整理如下：

#### (一) 面積的初步概念：

透過具體活動，使兒童能對面積有所認識，再經由直接比對實物的同類量後，能描述比較的結果。並能使用以面積為刻度單位的工具經由直接比對工具上的刻度與實物的同類量後，讀出工具上的刻度。

#### (二) 面積的間接比較：

兒童能運用保留概念，透過媒介物或對實物的同類量予以變形後，再加以直接比較、描述結果；能以一個個別單位量做為基準，去累積一個被測量的量，並用累積的次數報告測量結果。例如，一個桌子有五本課本大。

#### (三) 面積的普遍單位比較：

兒童能認識被普遍使用的單位量的意義；並以其做為比較與實測的基準，進行實測與估測活動。

#### (四) 面積的測量單位制度概念：

兒童能把甲單位量和乙單位量兩者之間的關係，由實測活動中萃取出來。例如， $10000\text{ cm}^2$ 可以看成 $1\text{ m}^2$ 。

#### (五) 面積的測量公式概念：

透過對某平面圖形或立體的分析綜合，認識面積的求法。並能使用於實測活動中，以解決量的分解與合成問題。

### 四、相關研究探討

根據相關研究結果顯示，Piaget, Inhelder & Szeminska(1960)指出兒童在八歲半建立基本測量概念，九歲則具備重複使用單位，運用直線測量則在十一歲才具備。

高敬文、黃金鍾(1988)研究兒童的測量概念，提供邊長 $1\text{ cm}$ 的正方形，讓國小高年級學童去覆蓋 $4\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ 的長方形，答對率91%；但若改以邊長為 $\text{cm}$ 的正方形為單位去覆蓋，答對率則降為



20%，且將近一半的學生錯誤認為將一正方形的邊長加倍，則面積也會跟著變大 2 倍。戴政吉(2001)研究曾指出四年級學童易受視覺誤導來比較面積，而以圖形的左右長度較長者視為面積較大者。王選發(2002)研究指出國小六年級學童對於透過切割、覆蓋、拼湊、點數與合成，以測量或比較圖形面積的能力大都具備；但對於單位化聚、面積公式的應用等的概念則尚待加強；並指出學童在解面積應用問題時，普遍對題意欠缺分析的能力，往往憑直覺套用公式解題。

面積教材在國小數學課程中佔有相當的比例，而且面積是學童生活中常接觸到的概念，應該很容易學習上手，但從許多研究均證實事實並非如此，學童在解答面積問題時，所呈現之面積概念薄弱，對面積的認知，不過是一連串的公式，套用公式時也未必清楚，而只針對題目上之資訊套用公式(陳？逸，1996)。因此學童之面積概念值得探討。

## 參、研究方法

### 一、研究流程

先蒐集分析相關文獻，並參考教育部九年一貫能力指標與高年級數學課程的內容，作為編製試題的依據，經預試修正題目後，以一班五年級學童進行正式施測。根據測驗結果，將學生分為高(前 27 %)、中、低(後 27 %)三群，依

筆試作答情形，每一群組選擇一位並徵得其同意進行半結構式訪談，最後分析資料並撰寫報告。

### 二、研究對象

本研究基於人力、時間的限制，以便利取樣選取一班五年級學童共 31 人。

訪談對象的背景敘述如下：家長都很關心孩子的學業。學童 S1 的數學表現佳，成績多 90 分以上，語文科表現、口語表達皆不錯，個性溫和，求學態度認真；學童 S2 的數學表現在中上程度，反應能力尚佳，稍嫌粗心，個性溫和少言；學童 S3 的數學表現不甚理想，遇到困難問題容易放棄，但若進一步鼓勵可激發其思考，個性開朗易與人親近，不害怕發表自己的想法。

### 三、研究工具

測量工具採用譚寧君(1998)的「面積迷思概念試題」，並參考相關文獻設計而成，再請師院教授及國小教師修改試題內容。為考驗其信度，乃採 Cronbach's  $\alpha$  係數，估量其內部一致性，總量表所獲得的  $\alpha$  值為 .7785，因此研究工具具有不錯的信度與效度。

測量方式採筆試及訪談，就面積概念當中之保留概念、測量概念進行研究，共計 13 題(單向細目表如表一)。

### 四、資料蒐集與分析



表一 試題概念與題型之單向細目表

| 面積概念 |          | 題號    | 題數 |
|------|----------|-------|----|
| 保留概念 |          | 1、2   | 2  |
| 測量概念 | 基本面積概念   | 3~6   | 4  |
|      | 單位面積概念   | 7~10  | 4  |
|      | 直線測量面積概念 | 11~13 | 3  |

資料蒐集來自於筆試結果與訪談紀錄。筆試用以分析各題的答對率，並透過訪談，進一步瞭解學童解題情況與可能迷思。

每位學童訪談時間 40 分鐘。訪談期間除研究者記錄外，並採全程錄音。訪談結束後，將訪談內容轉錄成書面資

料，配合筆試結果，進行內容分析，作為撰寫研究的依據。

## 肆、研究結果與討論

筆試共 13 題，答對率如表二，探討如下：

表二 筆試各題答對率 (N=31)

| 題號   | 1  | 2  | 3   | 4  | 5  | 6  | 7   | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 |
|------|----|----|-----|----|----|----|-----|----|----|----|----|----|----|
| 答對率% | 97 | 97 | 100 | 97 | 84 | 61 | 100 | 90 | 65 | 68 | 61 | 71 | 45 |

### 一、保留概念

1. 甲圖為長方形，切成三片，然後再拼成乙圖，如下：  
請問哪一個面積比較大？①甲圖②乙圖—③樣大④無法比較



甲

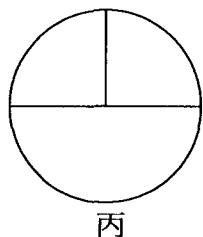


乙

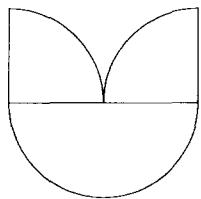


2. 丙圖為圓形，切成三片，然後再拼成丁圖，如下：

請問哪一個面積比較大？①丙圖②丁圖③一樣大④無法比較



丙



丁

面積保留概念答對率皆達 97%；與 Piaget 認為兒童的面積保留概念約九歲應已具備，結果相符。

學童雖具有保留概念，然三位受訪學童(以下分別簡稱 S1、S2、S3)的解題策略仍有其程度上的差異，S1 以面積觀點解題：面積都一樣，只是把圖片換到不同地方，跟切成幾塊沒差。S2 則單純地利用移動圖形的方式去比較兩者的面積：把這塊移到這邊，就會一樣了。S3 仍採用直觀的視覺策略，以視覺所意識到的圖形去比較面積，造成迷思，而研究者此時以設計過的長方形紙片，讓學童實際操作經驗後，S3 已能發現圖形彼此之間的關係。

S3：乙比較大。因為梯形看起來比長方

形還要大

研：那丙跟丁呢

S3：丁比較大。因為丁很像是把丙打開

研：哪裡打開

S3：這邊啊(指著上半圓)！就跟花長大一樣，所以會變大

研：那現在你看這張跟甲圖一模一樣的長方形，把它沿著線剪下，再試著拼成乙圖的形狀，看你發現什麼

S3：(操作)我只要把這張小紙片轉到這裡來放，就可以做成乙圖了

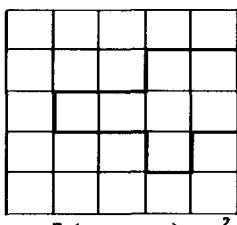
研：所以它們的面積還是一樣的，對不對

S3：喔那我知道了，丙跟丁也是一樣大，只要轉一下就好了！

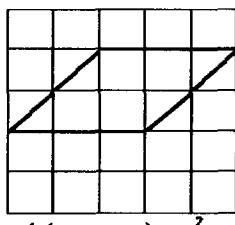
## 二、基本面積概念

★下面方格紙中，每一個方格的面積是  $1\text{ cm}^2$ 。

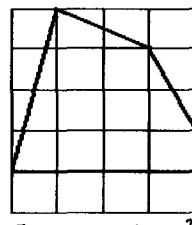
請在每個圖形下方的括弧中填入該圖形的面積。



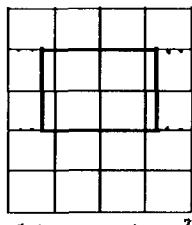
3.( )  $\text{cm}^2$



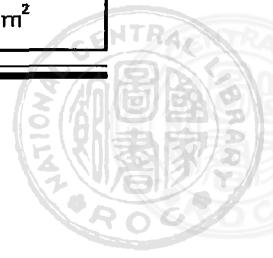
4.( )  $\text{cm}^2$



5.( )  $\text{cm}^2$



6.( )  $\text{cm}^2$



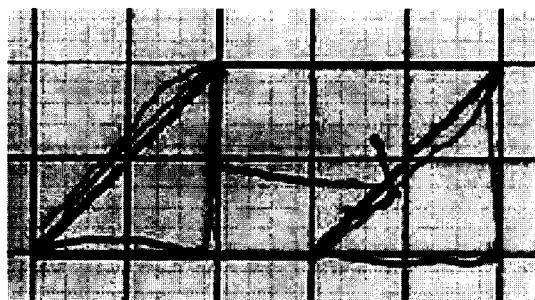
此部分概念是利用單位方格紙找出個別單位量，並正確點數格子數，回答指定圖形之面積。

第 3、4、6 題都是以一格為單位量，其中題 3 均為整數格，而題 4 還包含半格，答對率分別為 100%、97%，表現不錯；題 6 含整數格與半格，從答對率 61% 來看，表現略差一些，研究者發現有部分學童是採用未滿一格算半格的策略，故與正確答案有出入，另外有部分學童則會受到圖形表徵的影響，無法將半格正確補償而產生其他答案。題 5 則是看學童是否會使用兩格、四格分別為單位量，求得該圖形面積，答對率 87%，顯示學童多可視題目所需利用不同單位量求解。

訪談發現，S1 多使用面積公式解題，但其瞭解面積公式的涵義，並非純以背誦去使用公式。S3 則利用未滿一

格算半格的策略解題。而 S2 在整數格方面會以點數的方式計數，剩餘部份則用補償配合公式的方法解題（如圖二）。

S2：面積是 6

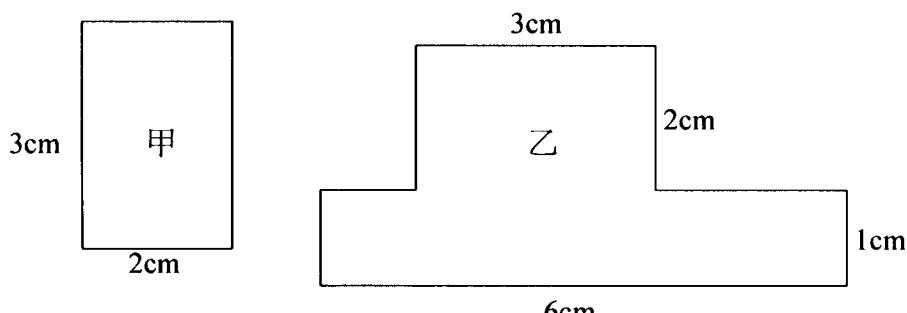


圖二 學童 S2 題 4 的解題

研：為什麼

S2：把左邊這塊三角形移到右邊，就變成長方形了，所以就是  $3 \times 2 = 6$

### 三、單位面積概念

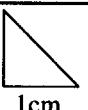


★若使用  $1\text{cm}$   的正方形卡片，要拼成像甲圖和乙圖的形狀，各需多少張？

1cm

7. 拼成甲圖需要 \_\_\_\_\_ 張卡片

8. 拼成乙圖需要 \_\_\_\_\_ 張卡片

★如果有  $1\text{cm}$   的三角形卡片，要拼成像甲圖和乙圖的形狀，各需多少張？

1cm

9. 拼成甲圖需要 \_\_\_\_\_ 張卡片

10. 拼成乙圖需要 \_\_\_\_\_ 張卡片

### (一) 單位量覆蓋

第 7、8 題是提供邊長為  $1\text{cm}$  的正方形卡片，去覆蓋另二封閉區域，其中差異在於題 7 的被覆蓋物甲圖為單純長方形，而題 8 則為兩長方形組合，學童答對率皆九成以上，顯示學童此部分的表現不錯。

### (二) 單位量轉換

第 9、10 題採用長與高皆為  $1\text{cm}$  的直角三角形卡片，分別去覆蓋被覆蓋物為單純長方形以及兩長方形組合的封閉區域。答對率約 65%，結果顯示，學童不熟悉給定的單位量時會產生轉換之間的困難，研究者發現有部分學童忽略卡片形狀而只注意卡片的邊長，亦或在轉換單位量的過程中產生錯誤，因此無法正確解答。

訪談過程發現，S1、S2 偏向以面積公式解題，都是先後求出被覆蓋物以及覆蓋物的面積，再利用除法計算出所需要的卡片張數。而 S3 認為把邊都乘

起來就是長方形面積，可知其錯誤理解長方形面積公式：

研：需要幾張正方形卡片拼成乙圖啊

S3：36

研：為什麼

S3：把  $3 \times 2 \times 1 \times 6 = 36$

研：為什麼要這樣乘呢

S3：因為把全部的邊乘起來就是它的面積阿！

且無法瞭解題意，不清楚覆蓋物單位量之間的轉換關係：

研：那需要幾張三角形卡片拼成甲圖

S3：6

研：為什麼

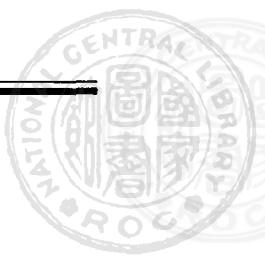
S3：因為  $3 \times 2 = 6$ ，所以 6 張

研：可是題目說的是這樣子的三角形耶（畫給她看）？

S3：還是一樣阿，因為它的長都是 1 公分

研：所以說跟覆蓋物的圖形沒有關係嗎

S3：恩，對。

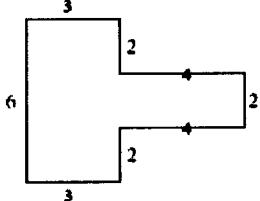


## 四、直線測量面積概念

★下圖的面積各是多少？

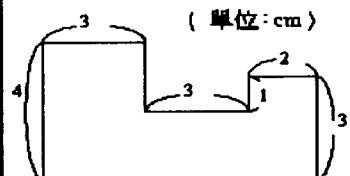
11.

(單位: cm)



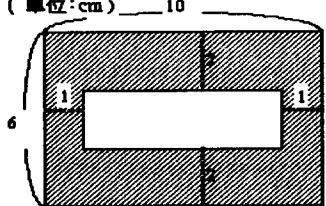
12.

(單位: cm)



13.

(單位: cm) 10



第 11~13 題(答對率分別為 61%、71%、45%)均可透過長方形的分解合成進而解題。題 11 的資訊相當完整，每一邊的長度都呈現在題目中，但部份學童會受到多餘資訊的混淆而影響解題；而從問卷可看出在題 12、13 此部分多數學童的錯誤情形為無法推理長度關係進而分解合成、錯誤使用長方形面積公式、四則運算或單位出現錯誤，因而造成答對率較低的結果。

訪談發現，S1 能正確使用公式解題並說明其解題過程。而 S2 也能正確使用公式解題，但運算時會有粗心的情況發生，例：將「-」寫成「\_」作運算，在訪談時即自己發現錯誤更正之。S3 對於長方形面積公式不甚瞭解因此錯誤使用，甚至會被題目當中多餘的資訊混淆：

研：這個面積你怎麼知道的？(指題 11)

S3：把它分成兩塊，左邊是  $6 \times 3 \times 2$ ，右邊是  $4 \times 2$ ，加起來就是 44

研：你分成兩塊都是什麼圖形？

S3：長方形

研：長方形的面積怎麼算呢

S3：長  $\times$  寬

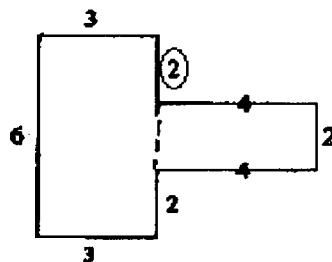
研：(手指左邊的長方形)那這個長方形的長跟寬是多少呢

S3：長是 6，寬是 3

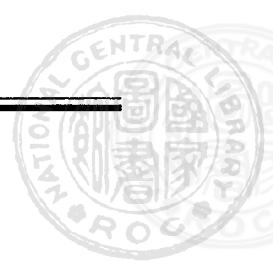
研：(手指左邊的長方形，圖中圈起處)那這個 2 勒

S3：沒關係，也當成長

透過訪談發現教師要確保學童是否真正瞭解面積公式的涵義，勿使學童淪為背誦公式作為解題工具，這對學習來說是沒有意義的。



圖三 學童 S3 題 11 的解題

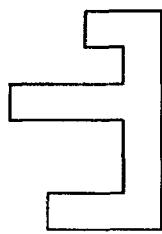


## 五、利用具體操作物比較兩圖形大小

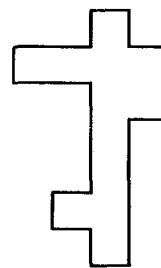
14. 請問甲、乙兩圖，哪一個的面積比較大？

(→具體操作物)

甲



乙



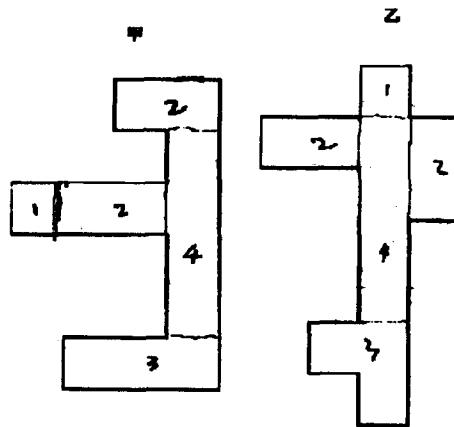
三位學童在訪談後，另外詢問一題可使用具體操作物（以正方形卡片為給定單位量）去比較兩圖形（需自行切割）的大小，如題 14 所示，學童分別有不同做法：

S1 利用對應比較方式（如圖四），驗算時才以操作物實作，詢問之下因 S1 認為此題很容易就可以比較，故解題時未使用操作物。

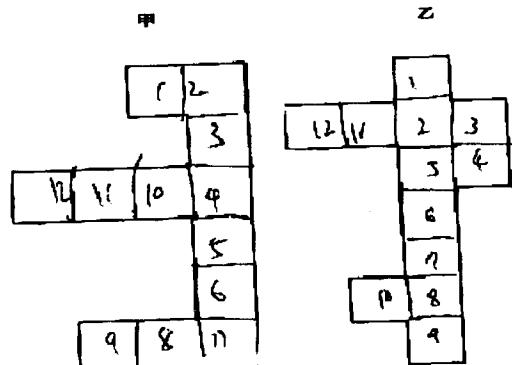
S1：（直接對應比較並快速回答）一樣大  
研：你怎麼知道的

S1：（這時才拿出正方形卡片算每一個區域的個數）因為這一塊對這一塊，這兩塊對這兩塊…

從 S2 的反應：（一看完題目，就用描繪的方式，在甲乙兩圖上畫出各有幾個方形卡片，再去計數比較。）。因此 S2 屬於實際利用具體物操作，按步地描繪方格並計數總格數（如圖五）。



圖四 學童 S1 題 14 的解題



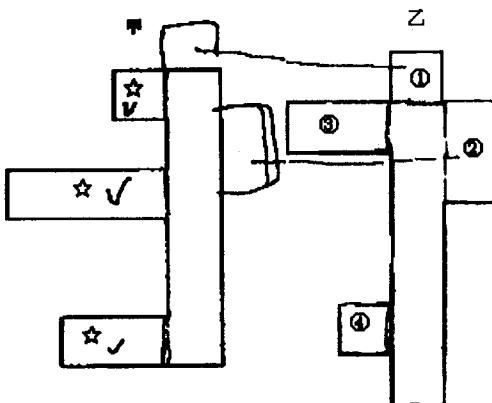
圖五 學童 S2 題 14 的解題

而 S3 却完全未使用具體操作物，單純利用視覺觀點解題（如圖六），研究者發現 S3 多以視覺到的圖形形狀為判斷標準。

研：為什麼乙比較大

S3：因為乙比甲多了這兩塊（指①和②），然後這兩塊（③和④）可以看成這三塊（指☆），中間的一條都一樣。





圖六 學童 S3 題 14 的解題

以上發現，學童能利用本身所認知的策略解題，但是在提供具體操作物的情境下，並非都瞭解可以充分利用操作物實作，甚至受視覺影響甚鉅，是否因為教師的教學活動缺乏具體操作的經驗，值得深思。

## 伍、結論與建議

### 一、結論

國小五年級學童，多數具備面積保留概念。在平方格單位量的點數方面，對於熟悉的單位量多數能正確解題，但部份學童無法視題目所需利用不同單位量求解，因此學童在非熟悉單位量的選取以及解題策略仍有待加強。

且學童解決面積問題時仍深受視覺影響。雖已能掌握個別單位的覆蓋意義，但在單位量的轉換上有很大的困難，當單位量不是熟悉的一平方公分時，往往會受到邊長的影響，忽略個別

覆蓋物之間的關係。另外，學童常常倚賴記憶面積公式解題，卻常錯誤使用公式，又若題目提供多餘資訊或是需要自行推理長度關係，更加造成學童判斷的困難。

從三位訪談對象的紀錄中，發現 S1、S2 已較具備面積概念，而 S3 則有迷思存在。綜而言之，依據面積保留概念、基本面積概念、單位面積概念以及直線測量面積概念等四種概念題目的施測訪談後，歸納出以下結論：(1) 面積保留概念方面，S1、S2 已具備此概念，而 S3 深受視覺影響，但在研究者輔以具體操作物下可瞭解此概念；(2) 基本面積概念方面，三位學童都有各自的解題策略，並能正確解題；(3) 單位面積概念方面，S1、S2 偏向利用公式解題，具備單位量之間的轉換能力，而 S3 則錯誤使用公式且缺乏單位量之間的轉換能力；(4) 直線測量面積概念方面，S1、S2 瞭解面積公式的涵義並正確使用之，而 S3 則否，且會受到題目多餘資訊影響。最後提供具體操作物部分，S1、S2 能輔以操作物解題，S3 則純以視覺意識解題。

### 二、建議

#### (一) 教學方面

教師在進行教學活動時，宜多使用各種不同的單位量，讓學童經驗並非只有一格單位平方格或是一平方公分才能夠作為選取單位量的基礎。並經由單位量之間的相互關係，提供學童具體的操



作經驗，透過實作討論加強單位量的轉換能力。

進行面積公式教學時，應提供學童充足時間經驗圖形的轉換操作，讓學童從分解合成圖形的解題策略中，瞭解面積公式的意義，並經驗如何在各題型中選取適當資訊，提升學童判斷思考及推理解題的能力。

## (二) 未來研究方面

在研究方法上，問卷調查不容易看出學生解題出現迷思之原委，故須輔以訪談，而本研究基於人力、時間等限制，僅由高中低三群各選取一位進行訪談，建議可思考如何將問卷詳加分類，再針對類別輔以訪談，探究其出現迷思之原因。

由於本研究對象僅為臺北地區一班五年級學童，因此結果無法推論到樣本以外的學童，故未來研究可選取其他區域或學校、或不同年級做相關研究，以建立更多樣本，亦可加入語文能力、智力或家庭背景等因素的探究，發覺更多的迷思及其成因，並可實施補救教學，以獲得更詳盡的研究成果供教育參考。

## 參考書目

### 一、中文

王選發(2002)。國小六年級學童面積學習之研究。國立台中師範學院數學教育學系碩士論文。

高敬文(1989)。我國國小學童測量概念發展研究。國立屏東師院初等教育研究，

1，183-219。

高敬文、黃金鐘(1988)。我國國小學童測量概念發展之研究。國科會專題研究計畫成果報告，計畫編號：NSC76-0111-S153-001。

國立編譯館(1999)。國民小學數學科第一~八冊課本、習作及教學指引。台北：國立編譯館。

教育部(2003)。國民中小學九年一貫課程綱要-數學學習領域。台北：教育部。

陳嘉皇(2002)。面積公式之運用在數學教學與問題解決上的疑惑和啓示。國教天地，150，24-29。

陳?逸(1996)。我國國小高年級學生平面圖形面積概念的研究。八十五學年度師範學院教育學術論文發表會論文集(2)。國立屏東師範學院。

臺灣省國民學校教師研習會(2001)。國民小學數學實驗課程教師手冊第六冊。台北，台灣。

戴政吉(2001)。國小四年級學童長度與面積概念之研究。國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文。

譚寧君(1998)。國小兒童面積迷思概念分析研究。台北師院學報，11，573-602。

譚寧君(1995)。面積概念探討。國民教育，35，14-19。

### 二、西文

Clements & Battista(1992). Geometry and spatial Reasoning. In Grouws (ed.)(1992). Handbook of research on mathematics teaching and learning. National Council of Teachers

of Mathematics. pp. 420-464.

Department of Education and Science, APU-Assessment of Performance Unit(1980). Mathematical Development, Primary Survey Report No.1.HMSO.

Linda Dickhon, Margaret Brown and Olwen Gibson (1984). Children Learning Mathematics: A Teacher's Guide to Recent Research, Chelsen College, University of London.

Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1960). The Child's Conception of Geometry. New York: W. W. Norton & Company.

Ward(1979).Mathematics and the 10-year-old-School Council Working Paper 61.Evans/Methuen for the Schools Council.

